电子科技大学

2011 年攻读硕士学位研究生入学试题

考试科目：844 数值计算

注：所有答案必须写在答题纸上，做在试卷或草稿纸上无效。

一.填空题(20)

1. 在区间[1,4]上用二分法方程 $x^3+x-4=0$ 的近似根,要求误差不超过 10^{-3} 所需二分次数至少为____________

2.三阶矩阵 $A=\begin{bmatrix}4 & 9 & 2\\ 3 & 5 & 7\\ 8 & 1 & 6\end{bmatrix}$ 而 $x=\begin{bmatrix}1\\2\\3\end{bmatrix}$

则 $\|A\|_\infty=$__________ $\|x\|_\infty=$__________

3.给定插值条件:f(45)=60,f(90)=100,则 f(x)的线性插值函数为

____

4 设写出 $\begin{cases} y' = \dfrac{y}{x} - 2y^2 & (0<x<3) \\ y(0)=0 \end{cases}$ 的 Euler 公式:

____

二，用列主元法解（10 分）

$$\begin{bmatrix}-3 & 2 & 6\\ 10 & -7 & 0\\ 5 & -1 & 5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4\\7\\6\end{bmatrix}$$

三、利用 Taylor 展开式证明下面三种矩形公式(20)

（1）: $\int_a^b f(x)dx=(b-a)f(a)+\dfrac{(b-a)^2}{2}f'(\xi)$

（2）$\int_a^b f(x)dx=(b-a)f(b)-\dfrac{(b-a)^2}{2}f'(\eta)$

四、证明二分法收敛定理：设 x*为方程 f(x)=0 在区间[a,b]的唯一根，且函数 f(x)满足条件 f(a)f(b)<0,则由二分法计算产生的第 n 个区间$[a_n,b_n)$的中点 x_n 满足不等式（15 分）

$|x_n-x^*|\le\dfrac{b-a}{2^{n+1}}$,

由此证明二分法收敛定理

五．用最小二乘法求一个如 $Y=Ae^{Bx}$ 的经验公式，使与下列数据相拟合（15 分）

x	1	2	3	4
y	60	30	20	15

六，用牛顿公式计算(10 分)

$$x-1=\frac{1}{x+2}$$

取 $x_0=1$, 求 x_1, x_2

七，用最小二乘法解超定方程组（10 分）

$$\begin{cases} 2x+4=11 \\ 3x-5y=3 \\ x+2y=6 \\ 4x+2y=14 \end{cases}$$

八求证梯度公式 (10)

$\int_a^b f(x)dx=\frac{b-a}{2}(f(a)+f(b))$ 具有一阶代数精度

九.求定积分的梯形公式 $\int_a^b f(x)dx=\frac{b-a}{2}[f(a)+f(b)]+R_1[f]$ 中的误差

$R_1[f]=-\frac{(b-a)^3}{12}f''(\xi)$,由此推导复合梯形公式

$\int_a^b f(x)dx=\frac{h}{2}[f(a)+f(b)+2\sum_{j=1}^{n-1}f(x_j)]+R_1[f]$ 的误差表达式为

$R_1[f]=-\frac{(b-a)^3}{12n^2}f''(\eta)$　　　　$\eta\in(a,b)$ (20 分)

十. 例， 求下列高阶微分方程的数值解：（化为一阶微分方程组，再龙格-库塔公式 ode23() 编写程序（20 分）。

$$y'''-y''+2y'y=0$$

$$y(0)=0, y'(0)=0, y''(0)=-1$$

$$(0\le x\le 3)$$