

1999 年四川联合大学数学试题

考研加油站收集整理 <http://www.kaoyan.com>

1999 年四川联合大学数学试题

一. 简答题: (20 分)

1. 求极限  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x + e^x)^{-\frac{1}{x}}$ .

2. 函数  $y = e^{-|x|}$  在  $x = 0$  处是否连续, 是否可导, 是否有极值. 为什么?

3. 试写出曲线  $\begin{cases} \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} + z^2 = 1 \\ x - 2y + z = 0 \end{cases}$  在点  $A(1, 1, 1)$  处的切线方程和法线方程。  
手画

简述过程。

4. 计算  $n$  阶行列式:  $D_n = \begin{vmatrix} a-b & b & \dots & b \\ b & a-b & \dots & b \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b & b & \dots & a-b \end{vmatrix}$ .

5. 设随机变量  $\xi$  的概率密度为

$$\varphi(x) = Ce^{-|x|} \quad (-\infty < x < +\infty)$$

- 试求: (1). 系数  $C$ ;  
 (2).  $\xi$  的数学期望;  
 (3).  $\xi$  的方差;  
 (4).  $\xi$  的分布函数.

二. 计算下列各题: (20 分)

1. 将函数  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 2x - 3}$  展开成  $x$  的幂级数, 并指出其收敛区域.

2. 求方程  $(1-x)y' - y = x$  满足初始条件  $y|_{x=0} = 2$  的特解.

3. 计算不定积分  $I = \int \frac{1}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}} e^{3\arctan x} dx$ .

4. 计算二次积分  $I = \int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} dy \int_{\frac{1}{2}}^{\sqrt{y}} e^{\frac{y}{2x}} dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 dy \int_y^{\sqrt{y}} e^{\frac{y}{2x}} dx$ .

5. 求矩阵  $T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  的逆矩阵  $T^{-1}$

### 三. 线性代数: (12分)

1. 设矩阵  $A = \begin{pmatrix} -4 & -10 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}$ , 试求  $A$  的全部特征值和全部特征向量.

2. 试证明二次型  $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n x_i^2 + \sum_{1 \leq i < j \leq n} x_i x_j$  为正定的.

### 四. 概率: (12分)

1. 某工厂有 I、II、III 三个车间, 它们生产同一种产品, 其产量之比为 5: 3: 2, 已知它们生产的产品中正品率分别为 0.95, 0.96 和 0.98, 试求从全厂产品中任取一件是次品的概率.

2. 设随机变量  $(\xi, \eta)$  的概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} Ae^{-(3x+4y)} & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

(1). 确定常数  $A$ ;

(2). 求  $(\xi, \eta)$  的分布函数;

(3). 求概率  $p\{0 < \xi \leq 1, 0 < \eta \leq 2\}$ .

五. (6分) 求  $y'' + 4y = 3|\sin x|$  在  $[-\pi, \pi]$  满足条件  $y|_{x=\frac{\pi}{2}} = 0, y'|_{x=\frac{\pi}{2}} = 1$  的特解.

### 六. 微分学: (18分)

1. 求函数  $y = \frac{2x^3}{x^2 - 1}$  的极值点、极值、拐点和渐近线.

2. 设:

(1).  $f(x), f'(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续;

(2).  $f''(x)$ 在 $(a, b)$ 内存在;

(3).  $f(a) = f(b) = 0$ ;

(4). 在 $(a, b)$ 内存在点 $c$ 使 $f(c) > 0$ .

求证: 在 $(a, b)$ 内存在 $\xi$ , 使得 $f''(\xi) < 0$ .

3. 设可微函数 $u = f(\rho)$ , 其中 $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ .

求(1).  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = ?$

(2). 利用(1)的结论, 求满足 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ 的函数 $u$ .

七. 积分学: (12分)

1. 计算线积分 $\int_{AOB} (12xy + e^y) dx - (\cos y - xe^y) dy$ , 其中积分路径 $\widehat{AOB}$ 为

由点 $A(-1, 1)$ 沿曲线 $y = x^2$ 到点 $O(0, 0)$ , 再沿直线 $y=0$ 到点 $B(2, 0)$ 的路径。

2. 计算积分 $\iint_{\Sigma} 4zxdydz - 2zdzdx + (1-z^2)dx dy$ . 其中 $\Sigma$ 为

$z = e^y$  ( $0 \leq y \leq 2$ )绕 $z$ 轴旋转一周所成的曲面的下侧。