

四川大学

41

2002年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目: 数学

科目代码: 348#

适用专业: 计算机应用技术、计算机系统结构

(试题共 4 页)

(答案必须写在试卷上, 写在试题上不记分)

一. 填空题 (每小题 3 分, 共 15 分)

1. 曲线 $y = \frac{x|x|}{(x-1)(x+2)}$ 的渐近线共有一条.2. 设向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 满足关系: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$, $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{0}$, 且 \vec{a} 是单位向量, 则 $\vec{b} \cdot \vec{c} = \underline{\hspace{2cm}}$.3. 函数 $u = xy + e^z$ 在点 $(1, 1, 0)$ 处沿方向 $\vec{l} = \{1, -1, 1\}$ 的方向导数的值 = $\underline{\hspace{2cm}}$.4. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$, A^* 是 A 的伴随矩阵, 则 $(A^*)^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$.5. 设随机变量 X 在区间 $[0, 5]$ 上服从均匀分布, 则方程 $4x^2 + 4\theta x + \theta + 2 = 0$ 有实根的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

二. 选择题 (每小题 3 分, 共 15 分. 每小题的四个选项中, 只有一个正确的. 将所选选项前的字母填在题后的括号内):

1. 设 $f(x) = \begin{cases} e^x - 1, & x \geq 0 \\ 2x, & x < 0 \end{cases}$ 则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处 ()

(A) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 不存在, (B) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 存在, 但在 $x=0$ 处不连续, (C) $f'(0)$ 存在, (D) $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续, 但不可导.

2. 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 条件收敛, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ ()

(A) 条件收敛, (B) 绝对收敛, (C) 发散, (D) 敛散性不能确定.

3. 利用变量替换 $u=x, v=\frac{y}{x}$ 可以把方程

$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z$ 化成新的方程是 ()

(A) $v \frac{\partial z}{\partial v} = z$ (B) $v \frac{\partial z}{\partial u} = z$
(C) $u \frac{\partial z}{\partial v} = z$ (D) $u \frac{\partial z}{\partial u} = z$

4. 设 A, B 均为 n 阶非零矩阵, 且 $AB=0$, 则 A 和 B 的秩为 ()

(A) 必有一个等于 0, (B) 均等于 n , (C) 一个小于 n , 一个等于 n , (D) 均小于 n .

5. 设随机变量 X 的数学期望 $E(X)$ 和方差 $D(X)$ 都存在, 而随机变量 $Y = -X + E(X)$, 则下列结论中错误的是 ()

(A) $E(Y) = 0$ (B) $E(X+Y) = E(X)$

$$(C) D(\xi + \eta) = 0 \quad (D) D(\eta) = -D(\xi)$$

三. 计算题(一) (每小题8分, 共32分)

1. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{\sin^2 x} \ln(1+t) dt}{x^4}$

2. 计算二重积分 $\int_0^{\pi} dx \int_0^x \frac{\sin y}{\pi - y} dy$.

3. 求双叶双曲面 $x^2 + y^2 - z^2 = -a^2$ 和锥面 $z^2 = 2x^2 + 2y^2$ 的上半部分所围成的空间立体的体积.

4. 在曲面 $z = xy$ 上求一点 P , 使 P 处的法线垂直于平面 $x + 3y + z + 9 = 0$.

四. 计算题(二) (每小题8分, 共16分)

1. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, 矩阵 X 满足 $A^* X = A^{-1} + 2X$, 其中 A^* 是 A 的伴随矩阵, 求矩阵 X .

2. 设二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2ax_1x_2 + 2bx_2x_3 + 2x_1x_3$ 经过正交变换 $X = PY$ 后化成平方和 $f = y_2^2 + 2y_3^2$, 其中 X, Y 是三维列向量, P 是正交矩阵, 试求常数 a 和 b .

五. (6分)

设对于平面上任何简单闭曲线 L 恒有

$$\oint_L 2xy f(x^2) dx + [f(x^2) - x^4] dy = 0$$

其中 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内具有连续的一阶导数, 且 $f(0) = 2$, 求 $f(x)$.

六. (6分)

$$\text{计算曲面积分 } I = \iint_{\Sigma} (y^2 - x) dy dz + (z^2 - y) dz dx + (x^2 - z) dx dy$$

其中 Σ 是曲面 $z = 2 - x^2 - y^2$ ($1 \leq z \leq 2$) 的上侧.

七. 证明题 (每小题 5 分, 共 10 分)

1. 设 n 阶矩阵 A 的行列式为负数, 证明: A 一定能与一个对角矩阵相似.

2. 证明积分 $I = \int_L \frac{1}{2} e^x (y dx + dy)$ 在全平面内与路径无关, 并求 $I = \int_{(0,0)}^{(1,1)} \frac{1}{2} e^x (y dx + dy)$ 的值.