1

四川大学

2002年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目：数学分析

科目代码：340#

适用专业：基础数学、计算数学、应用数学
概率论与数理统计

（试题共 2 页）

（答案必须写在试卷上，写在试题上不给分）

一，设 $x_1>0, x_{n+1}=\dfrac{3(1+x_n)}{3+x_n}(n=1,2,\cdots)$，证明 $\{x_n\}$ 有极限，并求出极限值。（15分）

二，设 $y=f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 一致连续，且对任意的 $x\in[0,1]$，$\lim\limits_{n\to+\infty}f(x+n)=0$，（n 为正整数），证明 $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$ 。（15分）

三，设在 $[a,b]$ 上，$f''(x)>0$，证明

（1），对任何 $x_0,x\in[a,b]$，有

$$f(x)\geq f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0).$$

（2），对任何 $x_1,x_2,\cdots,x_n\in[a,b]$，有

$$f\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i\right)\leq\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}f(x_i).$$

（每小题10分，共20分）

四，设函数 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上有连续导数且 $f(a)=0$，证明

$$M^2\leq(b-a)\int_a^b[f'(x)]^2dx,$$

其中 $M=\sup\limits_{a\leq x\leq b}|f(x)|$ 。（15分）

五，设 $f(x,y)$ 为 n 次齐次函数，即满足：对任何 $t>0, f(tx,ty)=t^nf(x,y)$，且 f 可微，证明在 $(x,y)\neq(0,0)$ 处有

$$x\frac{\partial f}{\partial x}+y\frac{\partial f}{\partial y}=nf.$$

（10分）

六，设 $g(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续， $g(1)=0$，作 $f_n(x)=g(x)x^n$，证明函数列 $\{f_n(x)\}$ 在 $[0,1]$ 上一致收敛。（１５分）

七，计算积分

$$\int_{AmB}(x^2-yz)dx+(y^2-xz)dy+(z^2-xy)dz$$

此积分是从点 $A(a,0,0)$ 至点 $(a,0,h)$ 沿着螺线

$$x=a\cos\theta, y=a\sin\theta, z=\frac{h}{2\pi}\theta$$

上所取的。（１０分）