26

四川大學

2003年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目：高等数学（微积分、级数、线性代数）

科目代码：350#

适用专业：光学

（试题共 4 页）

（答案必须写在答卷纸上，写在试题上不给分）

一. 填空题（每小题5分，共25分）

1. $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\int_0^x \ln(1+t^2)dt}{x^2}=$______.

2. 设$y(x)$是由方程$xy+\ln y=1$确定的隐函数，则 $\left.\dfrac{dy}{dx}\right|_{x=0}=$______.

3. 幂级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(x-3)^n}{n\cdot 3^n}$的收敛域是______.

4. 设函数$y=y(x)$的图形上点$(0,-2)$的切线为$2x-3y=6$，且$y(x)$满足微分方程$y''=6x$，则此函数为______.

5. 若矩阵A既是对称矩阵又是反对称矩阵，则A一定是______矩阵.

二. 选择题（每小题5分，共25分）

1. 设$f(x)=\begin{cases}1-x, & x\le 0\\ e^{-x}, & x>0\end{cases}$ 则$f(x)$在$x=0$处（　）

(A) 间断　　(B) 导数不存在

(C) 导数$f'(0)=-1$　　(D) 导数$f'(0)=1$

2. 设有方程 $y=x+\ln x$，则 $\frac{dx}{dy}=$______.

(A) $\frac{x+1}{x}$ (B) $\frac{y+1}{y}$ (C) $\frac{x}{x+1}$ (D) $\frac{y}{y+1}$

3. 设有广义积分 $\int_0^2 \frac{dx}{x^2-4x+3}$，则有（ ）

(A) 值为 $1-\ln 3$ (B) 值为 $\frac{1}{2}\ln\frac{2}{3}$ (C) 值为 $\ln 3$ (D) 发散

4. 函数 $f(x,y)$ 在点 $M_0(x_0,y_0)$ 偏导数存在是 $f(x,y)$ 在 M_0 连续的（ ）条件.

(A) 充分而不必要 (B) 必要但不充分.

(C) 充分必要 (D) 既不充分也不必要.

5. 设 A 是 n 阶方阵，k 是常数，若 $|A|=a$，则 $|kAA'|$ =(______)

(A) ka^2 (B) k^2a

(C) k^2a^2 (D) k^na^2

三. 计算与应用题（一）（每小题10分，共60分）

1. 求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\int_0^{x^2}\sin\sqrt{t}\,dt}{x^3}$ $(x<0)$

2. 设有函数 $z=\frac{1}{x}f(xy)+y\varphi(x+y)$，其中 f、φ 有二阶连续导数，求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

3. 求抛物线 $y=x^2$ 与直线 $x-y-2=0$ 之间的最短距离.

4. 计算半径为1，密度函数 $\rho(x,y,z)=x^2+y^2$ 的球体的质量.

5. 计算曲线积分 $I=\int_L e^x\cos y\,dy+e^x\sin y\,dx$，其中 L 是从点 $A(1,0)$ 沿曲线 $y=\sqrt{1-x^2}$ 到点 $B(-1,0)$.

6. 计算曲面积分 $I=\iint_\Sigma (y^2-z)dydz+(z^2-x)dzdx+(x^2-y)dxdy$，其中 Σ 为曲面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ $(0\le z\le h)$ 的外侧.

四. 计算与应用题（二）（每小题10分，共20分）

1. λ 取何值时，方程组 $\begin{cases}-x_1+\lambda x_2+2x_3=1\\ x_1-x_2+\lambda x_3=2\\ 5x_1-5x_2-4x_3=1\end{cases}$ 无解，有唯一解或有无穷多解？并在有无穷多解时，求出方程组的通解.

2. 用正交变换化二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+2x_1x_2+2x_2^2+2x_2x_3+x_3^2$ 为标准型，并写出相应的正交变换，试问：二次型是否正定.

五. 证明题（每小题10分，共20分）

1. 设正交矩阵 A 满足 $A^2+6A+8I=0$，且 $A^2=I$. 证明：$A+3I$ 也是正交矩阵.

dx，其中L是

$1,0)$.

$)dzdx+(x^2-$

$\leq h)$的外

20分)

无叶，有

2

1

，求出方程

$2x_1x_2+2x_2^2$

的正交变换，

$)$

且 $A^2=I$.

2. 设曲面方程为 $F(ax+bz, cy+dz)=0$，其中F具有连续偏导数，a.b.c.d为常数，$bF_1'(ax+bz)+dF_2'(cy+dz)\neq 0$.

证明：曲面上任意一点处的切平面都与常向量 $(bc, ad, -ac)$ 平行.