27

四川大學

2003年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目：数学（高数、线性代数）

科目代码：353#

适用专业：无线电物理

（试题共 4 页）

（答案必须写在答卷纸上，写在试题上不给分）

一、填空题（每小题5分，共25分）

1. $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\int_0^x \ln(1+t^2)\,dt}{x^2}=$ ______.

2. 设有方程 $e^{xy}+y^2=\cos x$ 确定 $y=y(x)$，则 $\dfrac{dy}{dx}=$ ______

3. 幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(2x+1)^n}{n}$ 的收敛域是 ______.

4. 设函数 $y=y(x)$ 的图形上点 $(0,-2)$ 的切线为 $2x-3y=6$，且 $y(x)$ 满足微分方程 $y''=6x$，则此函数为 ______.

5. 若矩阵A既是对称矩阵又是反对称矩阵，则A一定是 ______ 矩阵.

二、选择题（每小题5分，共25分）

1. 设 $f(x)=\begin{cases} e^x-1, & x\geq 0, \\ 2x, & x<0, \end{cases}$ 则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处（　　）

(A) 无极限　　(B) 不连续

(C) 连续但不可导　　(D) 可导.

27

2. 设 $y=f(x)$ 是微分方程 $y''-2y'+4y=0$ 的解. 若 $f(x_0)>0$, 且 $f'(x_0)=0$, 则 $f(x)$ 在点 x_0 (　　).

(A) 取得极小值　　(B) 取得极大值.

(C) 某邻域内单调增加　(D) 某邻域内单调减少

3. 利用变量替换 $u=x$, $v=\frac{y}{x}$ 可以把方程 $x\frac{\partial z}{\partial x}+y\frac{\partial z}{\partial y}=z$ 化成新的方程是(　　).

(A) $v\frac{\partial z}{\partial v}=z$　　(B) $v\frac{\partial z}{\partial u}=z$.

(C) $u\frac{\partial z}{\partial v}=z$　　(D) $u\frac{\partial z}{\partial u}=z$.

4. 设有广义积分 $\int_0^2\frac{dx}{x^2-4x+3}$, 则下列结论中正确的是(　　).

(A) 值为 $1-\ln 3$　　(B) 值为 $\frac{1}{2}\ln\frac{2}{3}$

(C) 值为 $\ln 3$.　　(D) 发散.

5. 设 n 阶方阵 A 满足 $A^2=A$. 若矩阵 $A+E$ 可逆, 则 $(A+E)^{-1}=$ (　　)

(A) $A-2E$　　(B) $\frac{1}{2}(A-2E)$

(C) $-\frac{1}{2}(2A-E)$　　(D) $-\frac{1}{2}(A-2E)$

三. 计算与应用题(每小题10分, 共80分)

1. 求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\int_0^x \sin 3t\,dt}{x\ln(1+x)}$

2. 已知 $f(x)$ 的一个原函数为 $\frac{\sin x}{1+x\sin x}$. 求 $\int f(x)f'(x)dx$

3. 求曲线 $x=t$，$y=t^2$，$z=\frac{1}{3}t^3$ 上平行于平面 $x+y+z=1$ 的切线方程.

4. 计算由曲面 $z=x^2+y^2+1$ 上点 $M_0(1,-1,3)$ 处的切平面与曲面 $z=x^2+y^2$ 所围成的空间区域 Ω 的体积.

5. 求 λ 的值，使曲线积分 $I=\int_L \frac{x}{y^2}(x^2+y^2)^\lambda(y\,dx-x\,dy)$ 与路径无关，其中 L 与 x 轴不相交. 并计算：
$I=\int_{(1,1)}^{(0,2)} \frac{x}{y^2}(x^2+y^2)^\lambda(y\,dx-x\,dy)$

6. 计算 $I=\iint_\Sigma (y^2-x)\,dy\,dz+(z^2-y)\,dz\,dx+(x^2-z)\,dx\,dy$，其中 Σ 是曲面 $z=2-x^2-y^2\ (1\le z\le 2)$ 的上侧.

7. 设 3 阶实对称矩阵 A 的特征值为 $-1,-1,5$，已知属于特征值 -1 的线性无关的特征向量 $\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}$，$\alpha_2=\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}$，求矩阵 A.

8. 用正交变换化二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=2x_1^2+3x_2^2+3x_3^2-4x_2x_3$ 为标准型，并写出所用的正交变换.

四. 证明题（每小题10分，共20分）

1. 设曲面方程为 $F(ax+bz,\ cy+dz)=0$，其中 F 具有连续偏导数，$a.b.c.d$ 为常数，$bF_1'(ax+bz)+$

$dF_2'(cy+dz)\neq 0$，证明：曲面上任意一点处的切平面都与常向量 $(bc, ad, -ac)$ 平行．

2．设矩阵 A 是正定矩阵，B 与 A 合同，证明：B 也是正定矩阵．