

四川大学

2003 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目：高等数学（微积分、常微分方程、级数）

科目代码：311#

适用专业：原子与分子物理

（试题共 2 页）

（答案必须写在答卷纸上，写在试题上不给分）

一、（60 分，每小题 6 分）解下列各题：

1. $y = (1 + nx^m)(1 + mx^n)$, 求导数 y' .

2. $y = \ln \frac{x+a}{\sqrt{x^2+b^2}} + \frac{a}{b} \arctan \frac{x}{b}$, 求导数 y' .

3. $y = a^x$, 求 n 阶导数 $y^{(n)}$.

4. 设 $x + 2y + z - 2\sqrt{xyz} = 0$, 求偏导 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial x}{\partial y}$.

5. $u = e^{x(x^2+y^2+z^2)}$, 求全微分 du .

6. 求积分 $\int x\sqrt{2-5x} dx$.

7. 求定积分 $\int_1^e (x \ln x)^2 dx$.

8. 求积分 $\int \frac{\sin x \cos^3 x}{1 + \cos^2 x} dx$.

9. 求定积分 $\int_0^2 |1-x| dx$.

10. 求广义积分 $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}$.

二. (15 分) 直角平行六面体的表面积等于 Q , 求其最大体积 V .

三. (16 分) 如果一个底半径为 R , 高为 H 的正圆柱体上的任一点的密度在数量上等于自圆柱的底中心到该点的距离的平方, 求正圆柱体的质量.

四. (15 分) 求微分方程 $(1+e^x)yy' = e^x$ 满足初始条件 $y(1)=1$ 的特解.

五. (16 分) 求微分方程 $y'' - 8y' + 16y = x + e^{4x}$ 的通解.

六. (14 分) 展开函数 $(1+x)\ln(1+x)$ 为 x 的幂级数, 并求其收敛区间.

七. (14 分) 展开函数 $f(x) = e^{-x} + x$ ($-\pi \leq x \leq \pi$) 为富里哀级数.