

四川大学

2003 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目：概率论

科目代码：443#

适用专业：概率论与数理统计

(试题共 2 页)

(答案必须写在答卷纸上, 写在试题上不给分)

1 (10分) 全部产品中 4% 是废品, 而合格品中的 75% 是一级品。求任选一件产品为一级品的概率。

2. (10分) 两批相同的产品各有 12 件和 10 件。在第一批产品中有一件废品、第二批产品中有两件废品。从第一批中任取一件混入第二批中, 然后再从此第二批中任取一件。求从第二批中取到废品的概率。

3. (10分) 手中有一个均匀的硬币, 出现正面的概率为 p , 出现反面的概率为 q 。 $(p+q=1)$ 设随机变量 ξ 为一直抛到正、反两面均出现为止的所需次数, 求 ξ 的分布律。

4. (15分) 设随机变量 ξ 具有连续型分布:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x)dx$$

求 $\eta = \frac{1}{\xi}$ 的分布函数。

5. (15分) 设随机变量 ξ 的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , \text{当 } x \leq x_0 \\ 1 - \frac{x_0^3}{x^3} & , \text{当 } x > x_0 \end{cases}$$

其中 $x_0 > 0$ 为常数。求 $E(\xi)$ 和 $D(\xi)$ 。

2

6. (30分) 设 ξ, η 是相互独立的在 $[0, 1]$ 上均匀分布的随机变量, 试求 $x^2 + \xi x + \eta = 0$ 有实根的概率.

7. (20分). 若随机变量 ξ, η 相互独立, 求 ξ, η 的特征函数.

8. (20分) 设随机变量序列 $\{\bar{\xi}_n\}$ 对任一正整数 n 有 $E(\sum_{k=1}^n \bar{\xi}_k) < \infty$, 而且

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} D\left(\sum_{k=1}^n \bar{\xi}_k\right) = 0$$

则 $\{\bar{\xi}_n\}$ 服从大数定律, 即对任意 $\varepsilon > 0$, 有

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(|\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (\bar{\xi}_k - E\bar{\xi}_k)| \geq \varepsilon\right) = 0$$

9. (20分) 证明: 若 $\{\bar{\xi}_k\}$ 服从中心极限定理, 则 $\{\bar{\xi}_k \pm a_k\}$ 也服从中心极限定理