# 四川大學

## 2004年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目：数学（高数、线性代数）
科目代码：372#
适用专业：无线电物理、电路与系统、电磁场与微波技术

（试题共4页）

（答案必须写在答题纸上，写在试题上不给分）

一、选择题（每小题5分，共25分）

1. 设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}}, & x\neq 0\\ 0, & x=0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处，则（　）

(A) 左导数不存在　　(B) 右导数不存在

(C) 不可导　　(D) $f'(0)=1$

2. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\dfrac{\ln n}{n}$ 的敛散性为（　）

(A) 绝对收敛　　(B) 条件收敛

(C) 发散　　(D) 不能判别

3. 设 $\vec{c}=(\vec{b}\times\vec{a})-\vec{b}$，则有（　）

(A) $\vec{a}$ 垂直于 $\vec{b}+\vec{c}$　　(B) $\vec{a}$ 平行于 $\vec{b}+\vec{c}$

(C) $\vec{b}$ 垂直于 $\vec{c}$　　(D) $\vec{b}$ 平行于 $\vec{c}$

4. 设向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性无关，则下列向量组中（　）是线性无关的.

(A) $\alpha_1+\alpha_2,\ \alpha_2+\alpha_3,\ \alpha_3-\alpha_1$

(B) $\alpha_1+\alpha_2,\ \alpha_2+\alpha_3,\ \alpha_1+2\alpha_2+\alpha_3$

(C) $\alpha_1+2\alpha_2,\ \alpha_2+2\alpha_3,\ \alpha_3+\alpha_1$

(D) $\alpha_1+\alpha_2,\ 2\alpha_2+\alpha_3,\ \alpha_1+3\alpha_2+\alpha_3$

5. 设 $f(x,y)$ 为连续函数，则二重积分 $\int_{-1}^{0}dx\int_{x+1}^{\sqrt{1+x^2}}f(x,y)dy$ 交换次序应为（ ）

(A) $\int_0^1 dy\int_{-1}^{y-1}f(x,y)dx+\int_1^2 dy\int_{-1}^{\sqrt{y^2-1}}f(x,y)dx$

(B) $\int_0^1 dy\int_{-1}^{y-1}f(x,y)dx$

(C) $\int_0^1 dy\int_{-1}^{y-1}f(x,y)dx+\int_1^{\sqrt{2}} dy\int_{-1}^{-\sqrt{y^2-1}}f(x,y)dx$

(D) $\int_0^2 dy\int_{-1}^{-\sqrt{y^2-1}}f(x,y)dx$

二、填空题（每小题5分，共25分）

1. 设 $f'(x_0)$ 存在，则 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0+2h)-f(x_0-h)}{h}=$ ______

2. 已知 $A$, $B$, $C$ 均为 $n$ 阶方阵，且 $AB=BC=CA=I$，则 $A^2+B^2+C^2=$ ______

3. 设有直线 $L_1$：$\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-5}{-2}=\dfrac{z+8}{1}$ 与 $L_2$：$\begin{cases}x-y=0\\2y+z=3\end{cases}$，则 $L_1$ 与 $L_2$ 的夹角为 ______

4. 曲线 $y=e^{\frac{1}{x^2}}\arctan\dfrac{x^2+x+1}{(x-1)(x+2)}$ 有 ______ 条渐近线

5. 设 $\xi=\begin{pmatrix}1\\k\\1\end{pmatrix}$ 是矩阵 $A=\begin{pmatrix}2&1&1\\1&2&1\\1&1&2\end{pmatrix}$ 的逆矩阵 $A^{-1}$ 的特征向量，则 $k=$ ______

三、计算题（每小题10分，共80分）

1. 设 $F(x)=\dfrac{x^2\int_a^x f(t)dt}{x-a}$，其中 $f(x)$ 连续，求极限 $\lim\limits_{x\to a}F(x)$

2. 令 $u=x-2\sqrt{y}$, $v=x+2\sqrt{y}$, $(y>0)$, 将方程

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}y=\frac{1}{2}\frac{\partial z}{\partial y}$$ 化简.

3. 计算 $I=\iiint\limits_{\Omega} z\sqrt{x^2+y^2}\,dv$, 其中 $\Omega$ 由 $x^2+y^2+z^2=2$ 与 $x^2+y^2=z$ 所围

4. 计算由底圆半径相等的两个直交圆柱面 $x^2+y^2=a^2$ 及 $x^2+z^2=a^2$ 所围的立体的全表面积.

5. 求可微函数 $f(u)$, 使得曲线积分

$$I=\oint_L yf(x^2+y^2)\,dx-xf(x^2+y^2)\,dy=0.$$

(其中 $L$ 为不包围原点的光滑闭曲线)

6. 计算 $I=\iint\limits_{\Sigma} x\,dydz+y\,dzdx+(z^2-2z)\,dxdy$

其中 $\Sigma$ 为锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 被 $z=0$ 和 $z=1$ 所截得部分的外侧.

7. 设有线性方程组

$$\begin{cases}\lambda x_1+x_2+2\lambda x_3=2\\ x_1+\lambda x_2+(\lambda+1)x_3=2\lambda\\ (2\lambda-1)x_1+x_2+(3\lambda-1)x_3=\lambda+1\end{cases}$$

当 $\lambda$ 取何值时, 方程组无解, 有唯一解, 有无穷多解, 并在有解时求出其全部解.

8. 设矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&-1&1\\x&4&y\\-3&-3&5\end{pmatrix}$ 且有三个线性无关的特征向量. 2是 $A$ 的二重特征值. 求可逆矩阵 $P$, 使 $P^{-1}AP$

为对角阵.

四. 证明题(每小题10分,共20分)

1. 设 $z=f[x+\varphi(y)]$, 其中 $\varphi$ 可微, $f$ 二阶可微,

证明 $\frac{\partial z}{\partial x}\cdot\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=\frac{\partial z}{\partial y}\cdot\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$

2. 设 $A$ 是一个 $m\times n$ 矩阵, $B$ 是一个 $n\times m$ 矩阵, $n<m$, 证明: 齐次线性方程组 $(AB)z=0$ 有非零解.