

# 四川大学

## 2004 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目: 概率统计

科目代码: 459#

适用专业: 金融数学与计量经济学、运筹与物流管理

(试题共 2 页)

(答案必须写在答题纸上, 写在试题上不加分)

1. (10 分) 某企业聘请 9 位专家组成顾问小组, 若每个顾问做出正确意见的百分比是 0.7, 现该企业为某事的可行与否个别征求每个顾问的意见, 并按多数人的意见做出决策。试求能做出正确决策的概率。
2. (10 分) 假定用血清法诊断肝癌, 以  $A$  表示判断被检验者患有肝癌的事件,  $C$  表示被检验者确实患有肝癌的事件, 已知  $P(A|C) = 0.95$ ,  $P(\bar{A}|\bar{C}) = 0.90$ . 如假设某地区居民中  $P(C) = 0.004$ , 现在若有某人已被血清法诊断为患有肝癌, 求此人真正患有肝癌的概率  $P(A|C)$ . 根据已知信息和计算结果, 你可做出什么推断。
3. (20 分) 抽奖箱中有 10 个彩球, 其中 7 个红球, 3 个白球。每次随机从中任取一球, 直到取到红球为止。试求:
  - (1) 若有放回地抽取, 求抽取次数  $X$  的概率分布和分布函数;
  - (2) 若无放回地抽取, 求抽取次数  $X$  的概率分布和分布函数。

4. (20 分) 设  $\xi$  与  $\eta$  的联合密度为:

$$f(x, y) = \begin{cases} \lambda^2 e^{-\lambda x}, & 0 < y < x, \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

试求  $E(\xi|\eta=y)$  及  $D(\xi|\eta=y)$ ,  $y > 0$ 。

5. (35 分) 设二维随机变量  $(X, Y)$  的联合密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} Ay(1-x), & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

- (1) 试确定常数  $A$ ;
- (2) 求关于  $X$  和关于  $Y$  的边缘分布密度函数;
- (3) 判断  $X$  与  $Y$  是否相互独立;
- (4) 求  $f(y|x)$  和  $f(x|y)$ ;
- (5) 求  $(X, Y)$  的联合分布函数。

6. (15分) 设  $U = aX + b$ ,  $V = cY + d$ , 试证:

$$\rho(U, V) = \rho(X, Y)$$

$\rho$ , 相关系数

7. (20分) 设  $X_1, \dots, X_n$  是来自指数分布

$$f(x; \theta, \lambda) = \begin{cases} \lambda^{-1} e^{-(x-\theta)/\lambda}, & x \geq \theta, \lambda > 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

的一个样本, 试求  $\theta$  及  $\lambda$  的最大似然估计量。

8. (20分) 设  $(X_1, \dots, X_n)$  是随机变量  $X$  的一个样本,  $X_1, \dots, X_n$  相互

独立同分布,  $Y = \sum_{i=1}^n a_i X_i$  (其中  $a_i \geq 0$  为常数, 满足  $\sum_{i=1}^n a_i = 1$ )。试证:

(1) 估计量  $\bar{X}$  与  $Y$  都是  $EX$  的无偏估计量;

(2)  $D(\bar{X}) \leq D(Y)$ .