四川大学

2005年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目：高等数学（微积分、级数）
科目代码：354
适用专业：高等教育学、理论物理、粒子物理与原子核物理、凝聚态物理、原子与分子物理、光学、生物医学物理、应用电子物理（试题共 4 页）
（答案必须写在答题纸上，写在试题上不给分）

一．填空题（每小题4分，共20分）

<1>. $\lim\limits_{x\to+\infty} x\cdot(\sqrt{x^2+1}-x)=($ $)$

<2>. 设 $f(t)=\lim\limits_{x\to\infty} t\cdot\left(\frac{x-2t}{x}\right)^x$，则导数：

$f'(t)=($ $)$，$f''(t)=($ $)$

<3>. 曲线 $y=f(x)=\begin{cases}\sqrt{a^2-x^2} & -a\le x\le 0\\ x-a & 0\le x\le a\end{cases}$

与坐标轴所围的面积是（ ）

<4>. 设积分区域 D：$0\le x\le 1$，$0\le y\le 1$，则二重积分 $I=\iint\limits_D x e^{xy}dxdy=($ $)$

<5>. 当 $-1\le x\le 1$ 时，无穷级数

$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\cdots(\alpha-n+1)}{n!}$ 的和是（ ）.

二. 单项选择题（每小题4分. 共20分）

<1>. $\lim\limits_{x\to 2}(3-x)^{\frac{x-5}{x-2}}=$（ ）

A. 1　B. e　C. e^3　D. e^7

<2>. 曲线 $xy=a$ 上任一点 $P_0(x_0,y_0)$ 处切线与坐标轴所围三角形面积为（ ）

A. a　B. $2a$　C. $3a$　D. 无穷大

<3>. 设可微函数 $f(x+y,x-y)=x^2-y^2$，则

$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}+\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}=$（ ）

A. $2x-2y$　B. $2x+2y$　C. $x+y$　D. $x-y$

<4>. 极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a^n}{n!}=$（ ）

A. 0　B. ∞　C. $\frac{a^{n-1}}{(n-1)!}$　D. 不存在

<5>. 设L为圆周曲线 $x^2+y^2=a^2$，则曲线积分

$\int_L(y^3+x)ds=$（ ）

A. πa^2　B. $4\pi a^2$　C. 4　D. 0

三. 计算题、应用题（共110分）

<1> [5分] $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{4x^2+x-1}+x+1}{\sqrt{x^2+\sin x}}$

<2>. [14分] 讨论函数

$$f(x)=\begin{cases} x^2+b & x<0 \\ e^x+ax & x\geq 0 \end{cases}$$

的连续性与可导性.

<3>. [14分] 当k取何值时方程 $f(x)=x^4-2x^2+k=0$ 有两个、三个、四个实根或没有实根.

<4>. [5分] 已知非负函数 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的原函数，且 $F(0)=1$， $f(x)\cdot F(x)=e^{-2x}$，求 $f(x)$. (题中设 $F>0$)

<5>. [14分] 设对任意的 x，曲线 $y=f(x)$ 上的点 $(x,f(x))$ 处的切线在y轴上的截距为 $\frac{1}{x}\int_0^x f(t)dt$，求出 $f(x)$ 的一般表达式.

<6>. [8分] 设收敛数列 $\{na_n\}$ 收敛于A，收敛级数 $\sum_{n=1}^{\infty} n(a_n-a_{n-1})$ 的和为S. 求级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 的和.

<7>. [8分] 设 $z=yf(2x,\frac{y}{x})$，f具有二阶连续偏导数

求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$ 和 $\frac{\partial^2 z}{\partial y\partial x}$

<8>. [14分] 求无穷级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\int_0^1 x^n(1-x)^2dx$ 之和 S.

<9>. [14分] 将函数 $\arctan\frac{4+x^2}{4-x^2}$ 展为x的幂级数

10. [14分]. 设f(x)具有二阶连续偏导数，且 $f(0)=0$, $f'(0)=1$.

又设曲线积分

$$\int_C [xe^{2x}-6f(x)]\sin y\,dx-[5f(x)-f'(x)]\cos y\,dy$$

与路径无关. 求 $f(x)$.