四川大學

73

2005年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目：高等数学（微积分、常微分方程、级数）
科目代码：312#
适用专业：原子与分子物理

（试题共 2 页）

（答案必须写在答题纸上，写在试题上不给分）

一、求解下列各题（70分，每小题7分）：

1．求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\left[\frac{(1+x)^{\frac{1}{x}}}{e}\right]^{\frac{1}{x}}$

2．设函数 f(x)对 x 可导，$y=f(\sin^2 x)+f(\cos^2 x)$，求 $\frac{dy}{dx}$

3．$\begin{cases} x=\ln(1+t^2) \\ y=e^t-\arctan t \end{cases}$，求导数 $\frac{d^2y}{dx^2}$

4．求不定积分 $\int\frac{\arctan e^x}{e^x}dx$

5．求定积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x}{\sin x+\cos x}dx$

6．设 $f(x)=\int_1^x\frac{\ln t}{1+t}dt, x\in(0,+\infty)$，求 $f(\frac{1}{x})+f(x)$

7．求广义积分 $\int_1^3\frac{\varphi'(x)}{1+\varphi^2(x)}dx$，其中 $\varphi(x)=\frac{x+1}{x(x-2)}$

8．讨论积分 $\int_2^{+\infty}\frac{\cos x}{\ln x}dx$ 的收敛性

9．设 $z=\frac{y}{f(x^2-y^2)}$，其中 $f(u)$ 二阶可导且不为零，求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$

10．求三重积分 $\int_{-1}^1 dx\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}}dy\int_{(x^2+y^2)^{\frac{1}{2}}}^1 x^2 dz$

题共 2 页）
题上不给分）

二、（10 分）求参数 c 的值（$-1<c<2$），使由 $y=-x, y=2x$，$y=1+cx$ 所围图形的面积最小

三、（12 分）求积分 $\int_{\widehat{ABC}}(x^2-yz)dx+(y^2-xz)dy+(z^2-xy)dz$，其中 $\widehat{ABC}$ 是指沿曲线 $x=a\cos\varphi, y=a\sin\varphi, z=\dfrac{h}{2\pi}\varphi$ 从 $A(a,0,0)$ 至 $C(a,0,h)$ 的曲线

四、（12 分）求 $\int_0^x \dfrac{\arctan t}{t}dt$ 的幂级数展开式和收敛区间

五、（13 分）求微分方程 $y''-3y'+4y=\cos\sqrt{2}x$ 的一个特解

六、（13 分）若 $u=y\cos x$，求出微分方程 $y''\cos x-2y'\sin x+3y\cos x=e^x$ 的通解

七、（20 分）将函数 $f(t)=\begin{cases}0, & (-\pi/\omega\le t\le 0)\\ E_0\sin\omega t, & (0\le t\le \pi/\omega)\end{cases}$

（1）画出函数 $f(t)$ 的图形；

（2）求 $f(t)$ 的傅里叶级数；