

考试科目: 数学 (医学)

科目代码: 702#

适用专业: 生物医学工程

(试题共 3)

(答案必须写在答题纸上, 写在试题上不给分)

一、判断题: 下列陈述中正确者打 R, 否则打 W.

(每小题 3 分, 共 30 分)

- ( ) 1. 若 A 成立则 B 成立, 则 A 是 B 的必要条件, B 是 A 的充分条件.
- ( ) 2. 若  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续且  $f(x) \neq 0$ , 则  $f(x)$  在  $[a, b]$  上不变号.
- ( ) 3. 设  $f'(x) > 0$  且  $f''(x)$  存在. 若  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  则当  $x > 0$  时  $f''(x) > 0$ .
- ( ) 4. 若  $f(x)$  在  $[a, b]$  上可导, 则存在唯一的  $a < \xi < b$  使  $f(b) - f(a) = f'(\xi)(b - a)$ .
- ( ) 5. 设可导函数  $y = f(x)$  合于  $y' = ky$ , 其中  $k$  是常数. 则在半对数坐标系中,  $y = f(x)$

的图像是一条直线.

- ( ) 6. 设  $A, B$  皆  $n$  阶实方阵. 则  $AB$  对称的充要条件是  $A, B$  皆对称.
- ( ) 7. 设  $A$  是  $n$  阶实方阵.  $A$  是正定阵的充要条件是  $A$  的特征值皆不为零.
- ( ) 8. 设  $A, B$  是随机事件.  $A \subseteq B \Leftrightarrow AB = A \Leftrightarrow A + B = B$ .
- ( ) 9. 设  $A, B$  是随机事件.  $A, B$  相互独立  $\Leftrightarrow P(B|A) = P(B|\bar{A})$ .
- ( ) 10. 设  $X$  是随机变量, 且  $EX = a$  和  $VX = b^2$  分别是  $X$  的数学期望和方差. 则对于标

准化随机变量  $Y = \frac{X - a}{b}$ , 总有  $EY = 0$  和  $VY = 1$ .

二、填空题 (1) (每小题 3 分, 共 30 分)

11. 设  $f'(0) = -3$  则  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(2x)}{x} = ( \quad )$

12. 设  $f(x)$  可导, 则  $\frac{d}{dx} [f(e^{-x^2})] = ( \quad )$

13.  $\frac{1}{x} \sin \ln x dx = d( \quad )$

14. 已知  $f(1) = 1$  且  $\int_0^1 f(x) dx = 1$  则  $\int_0^1 x f'(x) dx = ( \quad )$ .

15. 设  $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 0; \\ x+1, & x > 0. \end{cases}$  则  $\int_{-1}^2 f(x) dx = ( \quad )$ .

16. 设离散型随机变量  $X \sim B(100, 0.8)$ , 则  $CVX = ( \quad )$
17. 设随机变量  $X$  的分布如下: 
$$\begin{array}{cccc} X & 0 & 1 & 2 & 3 \\ P & 0.1 & 0.2 & 0.3 & 0.4 \end{array}$$
 则  $EX = ( \quad )$ .
18. 设一个样本为 5.10, 5.10, 5.20, 5.20, 5.30, 5.30, 则样本方差  $S^2 = ( \quad )$
19.  $\alpha = (4, 2, -3, 1)$ ,  $\beta = (1, 3, 2, -4)$  则  $\alpha \cdot \beta = (\alpha, \beta) = ( \quad )$ .
20. 设  $A$  是 3 阶方阵且  $\det A = |A| = 8$  则  $|0.5A| = ( \quad )$

三、单选题: 下列各小题都给出 4 个答案, 其中都至多只有一个是正确的. (每小题 4 分, 共 20 分)

- ( ) 21. 投篮 3 次, 令  $A =$  首投即中,  $B =$  三投一中, 则  
 A.  $A \subseteq B$       B.  $A = B$       C.  $B \subseteq A$       D.  $A, B$  互斥
- ( ) 22. 设带有参数  $\lambda$  的线性方程组如右: 
$$\begin{cases} \lambda x + y + z = \lambda \\ x + \lambda y + z = \lambda \\ x + y + \lambda z = \lambda \end{cases}$$
 则当  $\lambda = 0$  时, 方程组  
 A. 无非零解      B. 有唯一零解      C. 有无穷多个非零解      D. 不能确定
- ( ) 23. 当  $\lambda \neq 1$  且  $\lambda \neq 2$  时, 方程组  
 A. 无解      B. 有唯一解      C. 有无穷多个解      D. 不能确定
- ( ) 24. 当  $\lambda = 1$  时, 方程组  
 A. 无解      B. 有唯一解      C. 有无穷多个解      D. 不能确定
- ( ) 25. 当  $\lambda = 2$  时, 方程组  
 A. 无解      B. 有唯一解      C. 有无穷多个解      D. 不能确定

四、多选题: 下面各小题都给出了 4 个答案, 其中都至少有一个是正确的. 请选出正确的那些答案. (每小题 4 分, 共 20 分)

26. 若  $y=f(x)$  满足关系  $xy' - 2y = x^2$ , 则  $f(x) = ( \quad )$   
 A.  $x^2 \ln x$       B.  $x \ln x$       C.  $x^3$       D.  $[3 + \ln x]x^2$
27.  $f(x) = \arctan 2x - x$  的单调降区间有 ( )  
 A.  $(-\infty, -\frac{1}{2})$       B.  $(-\infty, \frac{1}{2})$       C.  $(-\frac{1}{2}, +\infty)$       D.  $(\frac{1}{2}, +\infty)$
28. 下列函数中, 在  $[0, 1]$  区间上满足 Rolle 定理条件的函数有 ( )  
 A.  $f(x) = \frac{1}{x}$       B.  $f(x) = |x|$       C.  $f(x) = 1 - x^2$       D.  $f(x) = 3x - 2$
29. 设  $A, B$  是随机事件. 以下等式总是成立者有 ( )  
 A.  $P(B|A) + P(\bar{B}|A) = 1$       B.  $P(B|A) + P(B|\bar{A}) = 1$

C.  $P(A|B)+P(A|\bar{B})=1$       D.  $P(A|B)+P(\bar{A}|B)=1$

30. 设  $n$  阶方阵  $A$  和  $B$  相似, 则对  $A$  和  $B$  正确者为 (      )

- A. 有相同的特征值    B.  $|A|=|B|$     C. 有相同的特征向量    D.  $A^k$  与  $B^k$  相似

五、填空题 (2) (每小题 5 分, 共 25 分)

31.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(a \sin bx)}{x} = 3$  则  $ab=(\quad)$ .

32.  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+cx)^{1/x} = -2$  则  $c=(\quad)$ .

33. 函数曲线  $y = e^{\sin ax}$  在  $x=0$  处的切线斜率为  $1/2$ , 则  $a=(\quad)$ .

34. 设  $y^2 - bxy + x^2 = 1$  且  $y' = \frac{2x-y}{x-2y}$  则  $b=(\quad)$ .

35.  $\int_{-b}^b \frac{2dx}{1+(2x)^2} = \frac{\pi}{2}$  则  $b=(\quad)$ .

六、计算题 (每小题 10 分, 共 10 分)

已知  $x, y$  是  $n$  维实向量, 若  $\begin{cases} \|x+y\| = 1 \\ \|2x+y\| = 3 \\ \|x+2y\| = 2 \end{cases}$ , 求  $x$  和  $y$  之夹角余弦值. [提示: 你可以

利用  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 4 & 1 \\ 1 & 4 & 4 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -12 & 4 & 2 \\ 15 & -3 & -3 \\ -12 & 2 & 4 \end{pmatrix}$  的结论. 最后结果可为无理式, 不必化为小数.]

七、证明题 (每小题 8 分, 共 8 分)

设在区间  $[0, c]$  上  $f'(x)$  是严格单调降的函数且  $f(0)=0$ , 证明: 当  $0 < a < b < a+b < c$  时成立

$f(a+b) < f(a) + f(b)$ . [提示: 可以先研究辅助函数  $\varphi(x) = f(a+x) - f(x) - f(a)$  的性质.]

八、例证题 (任选一题, 每小题 7 分, 共 7 分)

1. 举反例说明, 若  $f(x)$  和  $g(x)$  都在点  $x_0$  不连续, 但其和函数  $f(x)+g(x)$  仍然可能在点  $x_0$  是可导的.

2. 举实际情况为例, 或构造反例说明, 两个随机变量不相互独立时仍可能线性无关.

[提示: 每题用以说明反例而给出的数学表达式, 应有清楚的定义并简洁地说明其具有反例所要求的性质. 如果以生活或科研中的实例来举证, 其叙述可不超过 100 字.]