

四川大学

2007 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目：运筹学

科目代号：475

适用专业：管理科学与工程

(试题共 2 页)

(答案必须写在答题纸上，写在试题上不加分)

1 (20 分) 某公司考虑七项投资，不同投资机会的净现值收益及投资所需金额见表 1 (单位以百万元计)。总公司要求总投资不得超过 1 亿元，投资机会 1 与 2 为互斥事件，3 与 4 亦同。在 1 或 2 均不被选择的情况下，3 或 4 则不予选择，机会 5、6、7 则无限制，试据此建立投资组合使获利最大的数学模型。

表 1 投资机会一览表

	投资机会						
	1	2	3	4	5	6	7
估计利润	17	10	15	19	7	13	9
所需投资	43	28	34	48	17	32	23

2 (40 分) 考虑下面的问题：

$$\begin{aligned} \max z &= 2x_1 - x_2 + x_3 \\ \text{s.t.} \quad &\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 \leq 15 \\ -x_1 + x_2 + x_3 \leq 3 \\ x_1 - x_2 + x_3 \leq 4 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

引入松弛变量后，应用单纯形法可得最优解，相应的方程组形式为：

$$(0) z + 2x_3 + x_4 + x_5 = 18$$

$$(1) x_2 + 5x_3 + x_4 + 3x_5 = 24$$

$$(2) 2x_3 + x_5 + x_6 = 7$$

$$(3) x_1 + 4x_3 + x_4 + 2x_5 = 21$$

试分别对以下几种形式进行灵敏度分析：求出变化后的基解，并判断其可行性与最优化（不需要重新进行最优化）。

(1) 右端值改为 $b = (10, 4, 2)^T$ 。

(2) x_3 的目标函数系数改为 $c_3 = 2$ 。

(3) x_1 的目标函数系数改为 $c_1 = 3$ 。

(4) 约束条件 1 改为 $2x_1 - x_2 + 4x_3 \leq 12$ 。

3 (30 分) 用动态规划方法求解非线性规划问题：

$$\max z = x_1 x_2^2 x_3^3$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 10 \\ x_1 \geq 1, x_2 \geq 1, x_3 \geq 1, \text{且全为整数} \end{cases}$$

4 (30 分) 某工厂有两条生产线生产某一产品，第一生产线每小时生产 2 个单位产品，第二生产线每小时生产 $\frac{1}{2}$ 单位产品，正常开工每周 40 小时，每单位产品获利 100 元。设：

(1) 第 1 目标是生产 180 个单位产品；

(2) 第 2 目标是限制第一条生产线每周加班不得超过 10 小时；

(3) 第 3 目标避免开工不足；

(4) 最后目标是加班时数达到最少。假定两条生产线的开工费用相同。

试建立上面问题的数学模型。

5 (30 分) 考虑 $M/M/s$ 模型，设其服务者数为 1，期望服务时间恰为 1 分钟。就顾客平均到达率分别为 0.5 与 0.9 分别计算 L, L_q, w, w_q 与 $P\{w > 5\}$ 。