# 四川大学

## 2008 年攻读硕士学位研究生入学考试试题



考试科目：数学
科目代码：623#
适用专业：计算机科学与技术

（试题共 3 页）
（答案必须写在答题纸上，写在试题上不给分）

## 一、选择题（每小题 5 分，共 25 分）

1. 设 $f(x)=\begin{cases} e^{\frac{1}{x}} & x<0 \\ 0 & 0\le x\le 1 \\ \dfrac{\ln x}{x-1} & x>1 \end{cases}$，则（　　）

(A) $f(x)$ 在 $x=0$ 和 $x=1$ 处都间断　　(B) $f(x)$ 在 $x=0$ 处间断，在 $x=1$ 处连续

(C) $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续，在 $x=1$ 处间断　　(D) $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内是连续函数

2. 已知 $\int_0^x f(t^3)dt = x^4$，则 $2\int_0^1 f(x)dx =$（　　）

(A) 1　(B) 2　(C) 3　(D) 4

3. 若 $f(xy, x+y) = x^2+y^2+xy$，则 $\dfrac{\partial f(x,y)}{\partial x}=$（　　）

(A) $-1$　(B) $2y$　(C) $2(x+y)$　(D) $2x$

4. 设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & a \\ -3 & -3 & 5 \end{pmatrix}$ 的特征值为 $\lambda_1=\lambda_2=2, \lambda_3=6$，若 A 能相似于对角矩阵，则 $a=$

(A) $-4$　(B) $-2$　(C) 2　(D) 4

5. 设 X 是随机变量，其数学期望 $E(X)=-1$，方差 $D(X)=3$，则 $E\left[3(X^2-1)\right]=$（　　）

(A) 36　(B) 30　(C) 9　(D) 6

## 二、填空题（每小题 5 分，共 25 分）

1. 设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-e^{-x^2}}{x} & x\neq 0\\ 0 & x=0\end{cases}$，则 $f'(0)=$______

2. 设 $\sin x^2$ 是 $f(x)$ 的一个原函数，则 $\int x^2 f'(x)dx=$______

3. 若幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}a_n(x+1)^n$ 在 $x=3$ 处条件收敛，则该级数的收敛半径为______

4. 设 A 是 3 阶矩阵，其特征值分别为 1，2，3，若 $B=A^2+2A-3I$（其中 I 是 3 阶方阵），则行列式 $|B|=$______

5. 设二维随机变量 $(X,Y)$ 的联合分布密度函数为 $p(x,y)=\begin{cases}4xy & 0\le x\le 1, 0\le y\le 1\\ 0 & 其它\end{cases}$，若 $F(x,y)=P(X\le x, Y\le y)$，其中 $-\infty<x,y<+\infty$，则 $F(0.5,2)=$______

## 三、解答题（每小题 7 分，共 28 分）

1. 求函数 $u=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ 在点 $P(1,1,1)$ 处沿曲面 $2z=x^2+y^2$ 在该点处的外法线方向的方向导数

2. 设函数 $f(x)$ 有连续的二阶导数，且曲线积分 $\int_L (3f'(x)-2f(x)+e^x)y\,dx+f'(x)\,dy$ 与路径无关，求 $f(x)$。

3. 设 3 阶方阵 A 的三个特征值为 1，1，2，对应的特征向量 $\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}2\\0\\-1\end{pmatrix}$，问 A 能否与对角矩阵相似？若能则求出 A

4. 设 $(X,Y)$ 的联合分布密度函数为 $p(x,y)=\begin{cases}cy(1-x) & 0\le x\le 1, 0\le y\le x\\ 0 & 其它\end{cases}$

试求：(1) $c$ 的值；(2) 关于 $X$ 与 $Y$ 的边际密度；(3) $X$ 与 $Y$ 是否独立？

## 四、计算题（每小题 12 分，共 48 分）

1. 求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_0^{\sin x}\sin 2t\,dt}{\int_0^{x^2}\ln(1+t)\,dt}$

2、求由半球面 $z=\sqrt{12-x^2-y^2}$ 与旋转抛物面 $x^2+y^2=4z$ 所围立体的表面面积

3、计算曲面积分 $I=\iint\limits_{\Sigma} x^2dydz+y^2dzdx+z^2dxdy$，其中 $\Sigma$ 是锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}\ (z\le 1)$ 的下侧

4、已知矩阵 $A=\begin{pmatrix}1 & -3 & 3\\ 3 & -5 & 3\\ 6 & -6 & x\end{pmatrix}$ 相似于对角矩阵 $\begin{pmatrix}4 & & \\ & -2 & \\ & & -2\end{pmatrix}$，求 $x$ 和 A 的特征向量

五、证明题（每小题 12 分，共 24 分）

1、设函数 $u=x^n\varphi(\frac{y}{x^\alpha},\frac{z}{y^\beta})$，其中 $\varphi$ 可微，证明：$x\frac{\partial u}{\partial x}+\alpha y\frac{\partial u}{\partial y}+\alpha\beta z\frac{\partial u}{\partial z}=nu$

2、设n阶方阵 A 可相似于对角矩阵，且 $|A|\neq 0$。

证明：$A^*$ 也相似于对角矩阵（其中 $A^*$ 是 A 的伴随矩阵）