中国人民解放军后勤工程学院
2011 年攻读硕士学位研究生入学考试
试　　题

考试科目（代码）：**数学分析（801）**

答案必须写在考点发放的答题纸上，否则不记分

一、判断题（每小题 4 分，共 20 分）

1．指出方程 $x^2+my^2+nz^2=1$ 在下列各情况下所表示的曲线的名称。

（1）$m=1$，$n=1$；（2）$m=-1$ $n=2$。

2．已知函数 $P(x,y)=x^2+y^2$，问函数 $Q(x,y)$ 满足什么条件时，才能使 曲线积分 $\int_L Pdx+Qdy$ 与积分路径无关。

3．设函数 $f(x,y)=\sqrt{x^2+y^4}$，问偏导数 $f_x(0,0)$ 与 $f_y(0,0)$ 是否存在？

4．函数 $f(x)=\sin(x^2+1)$ 在 $-\infty<x<+\infty$ 上能否展成处处收敛于 $f(x)$ 的 Fourier 级数?为什么？

5．已知微分方程 $x'''-3x'+2x=0$ 的三个特解为 $x_1=e^t$，$x_2=te^t$，$x_3=e^{-2t}$，问 $x=C_1e^t+2C_1te^t+C_2e^{-2t}$ 是否是微分方程的通解(其中 C_1,C_2 是任意常数)，为什么？

二、计算题（每小题 10 分，共 70 分）

1．求极限 $\lim\limits_{x\to 0}(1+\sin^2 3x)^{\frac{1}{\ln\cos x}}$。

2．设函数 $u=f(x,y,z)$ 有二阶连续的偏导数，函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $x+y=\varphi(z)$ 所确定，其中 $\varphi(z)$ 有二阶连续导数，且 $\varphi'(z)\neq 0$，求 $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$。

3．设Ω是由曲面$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{z^4}{c^4}=1$所围的有界闭区域，试计算$I=\iiint\limits_{\Omega}dxdydz$。

4．设函数$u_n(x)=\ln\dfrac{[1+(n-1)x]\cdot(1+2nx)}{(1+nx)\cdot[1+2(n-1)x]}$，（$x\geq 0$或$x<-1$），试求：级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n(x)$的部分和函数$s_n(x)$及和函数$s(x)$。

5．设有空间流速场$\vec{v}(x,y,z)=xy\vec{i}$，求$\vec{v}$通过曲面$z=x^2+y^2$位于平面$z=1$以下部分的曲面Σ下侧的通量(流量)。

6．在椭球面$x^2+y^2+3z^2=9$的第一卦限部分上求一点，使椭球面在该点处的切平面在三个坐标轴上的截距之积为最小。

7．讨论对于什么样的实常数p和q，微分方程$\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}+p\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}+qx=0$的所有解当$t\to+\infty$时都趋于0。

三、证明题（每小题20分，共60分）

1．设函数$f(x)$在区间$[a,b]$上连续，对于$n>0$，试证明：

$$\int_a^b dy\int_a^y (y-x)^n f(x)dx=\frac{1}{n+1}(b-x)^{n+1}f(x)dx。$$

2．设$f(x)$二阶可导，$f(x)=f(x_0)+f'[x_0+\theta(x-x_0)](x-x_0)$，且$f''(x_0)\neq 0$，其中$0<\theta<1$，求证$\lim\limits_{x\to x_0}\theta=\dfrac{1}{2}$。

3．证明函数$y=\sin(x^2)$在$[0,+\infty)$上不一致连续。