中国人民解放军后勤工程学院

2011 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目（代码）：**高等代数（601）**

1、设 $d(x)$ 是 $f(x)$与$g(x)$ 的公因式，证明 $d(x)$ 是 $f(x)$与$g(x)$ 的一个最大公因式充要条件是，$d(x)=u(x)f(x)+v(x)g(x)$。（10 分）

2、计算行列式 $\begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+y & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1-y \end{vmatrix}$ （20 分）

3、设 A 为 $m\times n$ 矩阵, 秩为 m; B 为 $n\times(n-m)$ 矩阵, 秩为 $n-m$; 又已知 $AB=0$, α 是满足条件 $A\alpha=0$ 的一个 n 维列向量, 证明: 存在唯一的一个 $n-m$ 维列向量 β 使得 $\alpha=B\beta$. （25 分）

4、设有线性方程组 $\begin{cases} (2-\lambda)\ x_1+2x_2-3x_3=1 \\ 2x_1+(5-\lambda)\ x_2+4x_3=2 \\ -2x_1-4x_2+(5-\lambda)\ x_3=-\lambda-1 \end{cases}$ 问 λ 为何值时，此方程组有唯一解或无穷多个解？并在有无穷多个解时写出基础解系和通解形式.（25 分）

5、在 R^4 中取两个基：$\begin{cases} \varepsilon_1=(1,0,0,0), \\ \varepsilon_2=(0,1,0,0), \\ \varepsilon_3=(0,0,1,0), \\ \varepsilon_4=(0,0,0,1); \end{cases}$ $\begin{cases} \alpha_1=(2,1,-1,1), \\ \alpha_2=(0,3,1,0), \\ \alpha_3=(5,3,2,1), \\ \alpha_4=(6,6,1,3); \end{cases}$

(1)求由前一个基到后一个基的过渡矩阵；(2)求向量 (x_1,x_2,x_3,x_4) 在后一个基下的坐标；

(3) 求在两个基下有相同坐标的向量.（20 分）

6、用正交变换化二次型 $f\left(x_1,x_2,x_3\right)=-5x_1^2+x_2^2-x_3^2+4x_1x_2+6x_1x_3$ 为标准形，并写出所用正交变换。（20 分）

7、设 σ 是线性空间 V_n 的线性变换，则有维数关系：$\dim R(\sigma)+\dim K(\sigma)=n$ （30 分）