

西南大学

2007 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

学科、专业: 计算机 研究方向:

试题名称: 数学(一) 试题编号: 701

(答题一律做在答题纸上, 并注明题目番号, 否则答题无效。)

一. 填空 (每小题 4 分)

1. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $\ln(1+x^k)$ 与 $x+\sqrt[3]{x}$ 为等价无穷小, 则 $k=$ _____.
2. 函数 $f(x) = a \sin x + \frac{1}{2} \sin 3x$ 在 $x = \frac{\pi}{3}$ 处取得极值, 则常数 $a=$ _____.
3. 交换积分顺序 $I = \int_0^2 dx \int_x^{2-x} f(x,y) dy$, 则 $I=$ _____.
4. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n$ 的前 n 项的部分和 $s_n =$ (_____), 其和 $s =$ (_____).
5. 若 $f(x_1, x_2) = x_1^2 + tx_2^2 - 4x_1x_2$ 正定, 则实数 t 的取值范围是 _____.
6. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$, 则 $A^2 - AB - BA + B^2 =$ _____.
7. $xy''' + 2x^2y'' + x^3y' = x^4 + 1$ 是 _____ 阶的微分方程.
8. 已知 $y=1, y=x, y=x^2$ 是某二阶非齐次线性微分方程的三个解, 则该方程的通解为 _____.
9. 已知 $P(A) = 0.92, P(B) = 0.93, P(B|\bar{A}) = 0.85$, 则 $P(A \cup B) =$ _____.
10. 设随机变量 X 服从区间 $(0, 2)$ 上的均匀分布, 则随机变量 $Y = X^3$ 在区间 $(0, 8)$ 上的概率密度 $f_Y(y) =$ _____.

二. 选择 (四项选择中选一个正确答案, 每题 4 分)

1. 设 $f(x)$ 为连续函数, 则 $\frac{d}{dx} \int_x^{x^2} f(t) dt = ()$.

- A) $2xf(x^2) - f(x)$ B) $2xf(x^2)$ C) $f(x)$ D) $(2x-1)f(x)$

2. $f(x, y) = \frac{x+y}{x-y}$, 当 $(x, y) \rightarrow (0, 0)$ 时, $f(x, y)$ 的极限_____.

(A) 存在; (B) 不存在; (C) 可能存在; (D) 为 ∞ .

3. 设函数 $f(x)$ 是周期为 2π 的周期函数, 它在区间 $[-\pi, \pi)$ 上的定义为

$$f(x) = \begin{cases} -x & -\pi \leq x \leq 0 \\ 0 & 0 < x < \pi \end{cases}$$

则 $f(x)$ 的傅里叶(Fourier)级数在 $x = -\pi$ 处收敛于().

- (A) 0 (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) $-\frac{\pi}{2}$ (D) π

4. 设 $D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$, A_{i4} 是元素 $a_{i4} (i=1, 2, 3, 4)$ 的代数余子式, 则

$$A_{14} + 2A_{24} + 3A_{34} + 4A_{44} = ().$$

- (A) 0 (B) D (C) 1 (D) -1

5. 设 A 为 n 阶可逆方阵, 则 $(A^*)^{-1} = ()$

- (A) $\frac{A}{|A|}$ (B) $\frac{A^*}{|A|}$ (C) $|A^{-1}| A^{-1}$ (D) $\frac{A}{|A^*|}$

6. 设随机变量 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} 1 & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$

则概率 $P\{X < 0.5, Y < 0.6\} = \underline{\hspace{2cm}}$.

- (A) 0.5 (B) 0.3 (C) 0.875 (D) 0.4

三. (10 分) 试给出使得表达式 $\frac{x dx + y dy}{x^2 + y^2}$ 为某个二元函数的全微分的区域, 并求出这个二元函数.

四. (10 分) 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n \cdot 3^n}$ 的收敛域.

五. (10分) 利用定积分求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{n+n} \right)$.

六. (10分) 计算 $\iint_D \sqrt{a^2 - x^2 - y^2} dx dy$, $D: x^2 + y^2 \leq ax, x \geq 0, y \geq 0, a > 0$.

七. (11分) 在曲面 $z = xy$ 上求一点, 使这点处的法线垂直于平面 $x + 3y + z + 9 = 0$, 并写出该法线的方程.

八. (15分) 设
$$\begin{cases} (2-\lambda)x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1 \\ 2x_1 + (5-\lambda)x_2 - 4x_3 = 2 \\ -2x_1 - 4x_2 + (5-\lambda)x_3 = -\lambda - 1 \end{cases}$$
, 问 λ 为何值时, 此方程组有惟一解、无解或有无穷多解? 并在有无穷多解时求其通解.

九. (10分) 设随机变量 (X, Y) 具有概率密度 $f(x, y) = \begin{cases} 1 & |y| < x, 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$

求 $E(X), E(Y), D(X), D(Y), \text{Cov}(X, Y)$.

十. (10分) 在 $y > 0$ 时, 求微分方程 $\frac{y}{x} - x = \sqrt{x^2 + y^2}$ 的通解.