

2008 年全国硕士研究生入学统一考试

农学门类联考

数 学

(科目代码: 314)

考生注意事项

1

1. 答题前, 考生须在答题纸指定位置上填写考生姓名、报考单位和考生编号。
2. 答案必须写在答题纸指定位置上, 写在其他地方无效。
3. 填(书)写必须使用蓝(黑)色字迹钢笔、圆珠笔或签字笔。
4. 考试结束, 将答题纸和试题一并装入试题袋中交回。

一、选择题：1~8 小题，每小题 4 分，共 32 分.下列每题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的.请将所选项前的字母填在答题纸指定位置上.

(1) 设函数 $f(x) = \frac{\sin(x-1)}{x^2-1}$ ，则

- (A) $x=-1$ 为可去间断点， $x=1$ 为无穷间断点.
- (B) $x=-1$ 为无穷间断点， $x=1$ 为可去间断点.
- (C) $x=-1$ 和 $x=1$ 均为可去间断点.
- (D) $x=-1$ 和 $x=1$ 均为无穷间断点.

(2) 设函数 $f(x)$ 可微，则 $y=f(1-e^{-x})$ 的微分 $dy=$

- (A) $(1+e^{-x})f'(1-e^{-x})dx$.
- (B) $(1-e^{-x})f'(1-e^{-x})dx$.
- (C) $-e^{-x}f'(1-e^{-x})dx$.
- (D) $e^{-x}f'(1-e^{-x})dx$.

(3) 设函数 $f(x)$ 连续， $F(x) = \int_x^0 f(t)dt$ ，则 $F'(x) =$

- (A) $-f(x^2)$.
- (B) $f(x^2)$.
- (C) $-2xf(x^2)$.
- (D) $2xf(x^2)$.

(4) 设函数 $f(x, y)$ 连续，交换二次积分次序得 $\int_0^1 dy \int_{2y-2}^0 f(x, y)dx =$

- (A) $\int_{-2}^0 dx \int_0^{1+\frac{x}{2}} f(x, y)dy$.
- (B) $\int_{-2}^0 dx \int_{1+\frac{x}{2}}^0 f(x, y)dy$.
- (C) $\int_0^2 dx \int_{\frac{1-x}{2}}^1 f(x, y)dy$.
- (D) $\int_0^2 dx \int_{1-\frac{x}{2}}^0 f(x, y)dy$.

(5) 设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 为 3 维列向量，矩阵 $A = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ ， $B = (\alpha_2, 2\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_3)$. 若行列式

$|A| = 3$ ，则行列式 $|B| =$

- (A) 6.
- (B) 3.
- (C) -3.
- (D) -6.

(6) 已知向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关，则下列向量组中线性无关的是

- (A) $\alpha_1 + 2\alpha_2, 2\alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 - \alpha_1$.
- (B) $\alpha_1 - 2\alpha_2, \alpha_2 - \alpha_3, 2\alpha_3 - \alpha_1$.
- (C) $2\alpha_1 - \alpha_2, \alpha_2 + 2\alpha_3, \alpha_3 - \alpha_1$.
- (D) $\alpha_1 - \alpha_2, \alpha_2 + 2\alpha_3, 2\alpha_3 + \alpha_1$.

(7) 设 A_1, A_2, A_3 为 3 个随机事件，下列结论中正确的是

- (A) 若 A_1, A_2, A_3 相互独立，则 A_1, A_2, A_3 两两独立.
- (B) 若 A_1, A_2, A_3 两两独立，则 A_1, A_2, A_3 相互独立.
- (C) 若 $P(A_1 A_2 A_3) = P(A_1)P(A_2)P(A_3)$ ，则 A_1, A_2, A_3 相互独立.
- (D) 若 A_1 与 A_2 独立， A_2 与 A_3 独立，则 A_1 与 A_3 独立.

(8) 设随机变量 X 服从参数为 n, p 的二项分布, 则

(A) $E(2X-1) = 2np$.

(B) $E(2X+1) = 4np$.

(C) $D(2X-1) = 2np(1-p)$.

(D) $D(2X+1) = 4np(1-p)$.

二、填空题: 9~14 小题, 每小题 4 分, 共 24 分. 请将答案写在答题纸指定位置上.

(9) 函数 $f(x) = e^x - ex - 2$ 的极小值为 -2.

(10) $\int_{-2}^2 e^{|x|}(1+x) dx =$ 0.

(11) 曲线 $\sin(xy) + \ln(y-x) = x$ 在点 $(0,1)$ 处的切线方程是 .

(12) 设 $D = \{(x,y) | x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq y \leq x\}$, 则 $\iint_D e^{x^2+y^2} dx dy =$ $\frac{\pi}{4}(e-1)$.

(13) 设 3 阶矩阵 A 的特征值为 1, 2, 3, 则行列式 $|2A^{-1}| =$ $-\frac{2}{9}$.

(14) 设 X_1, X_2, X_3, X_4 为来自正态总体 $N(2,4)$ 的简单随机样本, $\bar{X}$ 为其样本均值, 则

$E(\bar{X})^2 =$ 2.

三、解答题: 15~23 小题, 共 94 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 请将解答写在答题纸指定位置上.

(15) (本题满分 10 分)

求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(\sin x)}{e^{x^2} - 1}$.

(16) (本题满分 10 分)

计算不定积分 $\int \frac{\ln(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}} dx$.

(17) (本题满分 10 分)

求微分方程 $(y + x^2 e^{-x}) dx - x dy = 0$ 满足初始条件 $y|_{x=1} = 0$ 的特解.

(18) (本题满分 11 分)

证明: 当 $x > 0$ 时, $(1+x)e^{-2x} > 1-x$.

(19) (本题满分 11 分)

设 $z = \sin(e^{xy} + 2y)$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ 及 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

(20) (本题满分 9 分)

设 3 阶矩阵 X 满足等式 $AX = B + 2X$, 其中 $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

求矩阵 X .

(21) (本题满分 12 分)

对于线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + 2x_2 + ax_3 = -1, \\ 2x_1 + 3x_2 = b, \end{cases}$$

讨论 a, b 取何值时, 方程组无解、有唯一解和无穷多解, 并在方程组有无穷多解时, 求出通解.

(22) (本题满分 11 分)

设随机变量 X 的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} ax, & 0 < x \leq 1, \\ b, & 1 < x < 2, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$$

且 X 的数学期望 $EX = \frac{13}{12}$,

(I) 求常数 a, b ;

(II) 求 X 的分布函数 $F(x)$.

(23) (本题满分 10 分)

设二维随机变量 (X, Y) 的概率分布为

$X \backslash Y$	-1	0	1
0	0.1	0.2	0
2	0.3	0.1	0.3

(I) 分别求 (X, Y) 关于 X, Y 的边缘分布;

(II) 求 $P\{X + Y \leq 2\}$;

(III) 求 $P\{Y = 0 | X = 0\}$.