西南大学

2008 年攻读 博/硕 士学位研究生入学考试试题

学科、专业：　　　　　研究方向：各方向

试题名称：数学　　　　　试题编号：701

（答题一律做在答题纸上，并注明题目番号，否则答题无效）

一、选择题（共 8 题，每小题 4 分，共 32 分）

1. 已知函数 $f(x)=x^3+ax^2+bx$ 在 $x=1$ 处取得极值-2，则（　　）。

A、$a=-3,b=0$ 且为 $x=1$ 函数 $f(x)$ 的极小值点；

B、$a=0,b=-3$ 且 $x=1$ 为函数 $f(x)$ 的极小值点；

C、$a=-3,b=0$ 且 $x=1$ 为函数 $f(x)$ 的极大值点；

D、$a=0,b=-3$ 且 $x=1$ 为函数 $f(x)$ 的极大值点。

2. 设 $f(x)=x\ln x$ 在 x_0 处可导，且 $f'(x_0)=2$，则 $f(x_0)=$（　　）。

A、e；　　B、0；　　C、1；　　D、e^2

3、设 $f(x)=\begin{cases} e^x-1, x\geq 0 \\ 2x, x<0 \end{cases}$ 则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处（　　）

A、$\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ 不存在；　B、$\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ 存在，但 $f(x)$ 在 $x=0$ 不连续；

C、$f'(0)$ 存在；　　D、$f(x)$ 在 $x=0$ 连续但不可导。

4、某校学生英语四级考试通过率为 98%，而其中 70%的学生通过英语六级考试，则从该校随机选出一名学生通过六级的概率为

（　　）。

A、0.672　　B、0.480　　C、0.686　　D、0.314

5、设 A 是 $m\times n$ 矩阵，B 是 $n\times m$ 矩阵，则（　　）

A、当 m>n 时，必有行列式 $|AB|\neq 0$

B、当 m>n 时，必有行列式 $|AB|=0$

C、当 n>m 时，必有行列式 $|AB|\neq 0$

D、当 n>m 时，必有行列式 $|AB|=0$

6、矩阵 $\begin{pmatrix} 1 & a & a^2 & a^3 \\ 0 & 1 & a & a^2 \\ 0 & 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 的逆矩阵为（　　）

A、$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 & 0 \\ a^2 & a & 1 & 0 \\ a^3 & a^2 & a & 1 \end{pmatrix}$　　B、$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -a & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -a & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -a & 1 \end{pmatrix}$

C、$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 & 0 \\ 0 & a & 1 & 0 \\ 0 & 0 & a & 1 \end{pmatrix}$　　D、$\begin{pmatrix} 1 & -a & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -a & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -a \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

7、一长为 L 厘米的杆 OA 绕 O 点在水平面上作圆周运动，杆的线密度 $\rho=\frac{1}{r}$，r 为杆上一点到 O 点的距离，角速度为 ω,则总动能 E=（　　）

A、$\frac{1}{2}\omega^2L^2$　　B、$\frac{1}{3}\omega^2L^2$　　C、$\frac{1}{4}\omega^2L^2$　　D、$\frac{1}{5}\omega^2L^2$

8、微分方程$y'+y''=xy''$满足条件$y'(2)=1$，$y(2)=1$的解是（　　）

A、$y=\frac{1}{2}(x-1)^2+\frac{1}{2}$　　　　B、$y=(x+\frac{1}{2})^2-\frac{21}{4}$

C、$y=(x-1)^2$　　　　D、$y=(x-\frac{1}{2})^2-\frac{5}{4}$

二、填空题（共 10 题，每题 5 分，共 50 分）

1、$\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{2x}-e^{-x}-3x}{1-\cos x}$的值等于____________。

2、设$y=2x+1$，则其反函数$x=x(y)$的导数$x'(y)=$____________。

3、积分$\int_2^6\frac{2x}{\sqrt{1+4x}}dx$的值为____________。

4、$\frac{a^2}{3}-\frac{a^3}{5}+\frac{a^4}{7}-\frac{a^5}{9}+\ldots$的一般项为____________。

5、假设箱中共有 n 个球，其中$m(0\le m\le n)$个是红球，其余是白球，一个一个连续从箱中抽球，试问第$k(0\le k\le n)$次抽到红球的概率为________。

6、若$|a|=5$，$|b|=2$，$(a,b)=\frac{\pi}{3}$，则$|2a-3b|=$____________。

7、计算行列式，$\begin{vmatrix}0 & a & b & a\\ a & 0 & a & b\\ b & a & 0 & a\\ a & b & a & 0\end{vmatrix}=$____________。

8、求不定积分，$\int x\sin x dx=$____________。

9　、　$I=\iiint\limits_V xydxdydz$　　$(V:1\le x\le 2,-2\le y\le 1,0\le z\le\frac{1}{2})$　， I=_______________。

10、设u=$x^4+y^4-4x^2y^2$，则$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$=______________。

三、计算题（共 6 题，每题 8 分，共 48 分。要求写出计算步骤。）

1、设$f(x-1)=x^2-2x+3$，求$f(x+1)$。

2．设$f(x)=\begin{cases} x, x>0 \\ 1+x, x\le 0 \end{cases}$，$g(x)=\begin{cases} -x2, x>0 \\ x, x\le 0 \end{cases}$，求$g[f(x)]$及其定义域。

3、设$x+2y+z-2\sqrt{xyz}=0$，求$\frac{\partial z}{\partial x}$及$\frac{\partial z}{\partial y}$。

4、求幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{x^{2n+1}}{2n+1}$的收敛区间。

5、求微分方程$y''-4y'+3y=0$；$y(0)=6, y'(0)=10$的特解。

6、试确定的 a，b，c 值，使$y=x^3+ax^2+bx+c$在点$(1,-1)$处有拐点，且在$x=0$处有极大值为 1，并求函数的极小值。

四、证明：$\int_1^{\sqrt{3}}\frac{\sin x}{e^x(x^2+1)}dx\le\frac{\pi}{12e}$　　（10 分）

五、若直角三角形的一直角边与斜边之和为常数，求最大面积的直角三角形的面积和斜角。　（10 分）