

# 西南大学

2008年攻读硕士学位研究生入学考试试题

学科、专业：理论物理

研究方向：所有方向

试题名称：量子力学

试题编号：827

(答题一律做在答题纸上，并注明题目番号，否则答题无效)

一. (50分, 每小题5分) 判断下列说法是否正确

1. 自由粒子所处状态一定为平面波.
2. 量子体系的守恒量，无论在什么态下，都能取确定的值.
3. 波函数 $\psi(x,t)$ 和 $e^{i\alpha}\psi(x,t)$  ( $\alpha$ 是一实数) 描述的是体系的同一状态.
4. 两个力学量不对易，则它们不能具有共同本征态.
5. 定态情况下，属于不同能级的波函数必定是正交的.
6. 若波函数 $\phi$ 与 $\varphi$ 均为力学量 $\hat{A}$ 的本征函数，则 $\psi = C_1\phi + C_2\varphi$ 也为 $\hat{A}$ 的本征态.
7. 若 $A$ 与 $B$ 为厄米算符，则 $\frac{1}{2}(AB+BA)$ 和 $\frac{1}{2i}(AB-BA)$ 也是厄米算符.
8. 在任何束缚态的能量本征态下，其动量平均值为零.
9. 坐标算符 $\hat{x}$ 在动量表象中的表示为 $i\hbar\frac{\partial}{\partial p}$ .
10. 全同粒子体系的波函数可能对其中一部分粒子是对称的，而对另一部分粒子则是反对称的.

二. (20分) 一质量为 $\mu$ 、自旋为 $1/2$ 的粒子在 $0 \leq x \leq a$ 的无限深势阱中运动，已知 $t=0$ 时粒子处于波函数

$$\Psi(x, S_z, 0) = C \sin \frac{\pi x}{a} \left( \chi_+ + \cos \frac{\pi x}{a} \chi_- \right)$$

其中 $\chi_+ = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $\chi_- = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ 分别是自旋向上和自旋向下的自旋波函数.

1. 能量是否为粒子的守恒量?
2.  $\Psi(x, S_z, 0)$  所描写的状态是否为定态?
3. 写出在  $t=0$  时  $S_z$  的可能值及对应的几率.
4. 写出  $t$  时刻描写粒子状态的波函数  $\Psi(x, S_z, t)$ .

三. (10 分) 角动量平方  $L^2$  和角动量的  $z$  分量  $L_z$  的共同本征态为  $Y_{lm}$ , 试证明:

1. 角动量的  $x$  分量和角动量的  $y$  分量的平均值  $\bar{L}_x = 0, \bar{L}_y = 0$ ;
2.  $\overline{(\Delta L_x)^2} = \overline{(\Delta L_y)^2} = \frac{\hbar^2}{2}(l^2 + l - m^2)$ .

四. (20 分) 一个具有恒定转动惯量  $I$  和偶极矩  $\bar{D}$  的刚性转子, 放在均匀电场  $\bar{e}$  中, 其哈密顿算符为

$$\hat{H} = \frac{1}{2I} \hat{L}^2 - D e \cos \theta$$

其中  $\hat{L}^2$  是角动量平方算符,  $\theta$  是偶极矩与外电场的夹角. 把电场看作是一种微扰, 试用微扰方法求转子基态能量的二级修正.

$$\text{注: } \cos \theta Y_{l,m}(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{(l+1+m)(l+1-m)}{(2l+1)(2l+3)}} Y_{l+1,m}(\theta, \varphi) + \sqrt{\frac{(l+m)(l-m)}{(2l+1)(2l-1)}} Y_{l-1,m}(\theta, \varphi)$$

五. (20 分) 设已知在  $\hat{L}^2$  和  $\hat{L}_z$  的共同表象中, 算符  $\hat{L}_y$  的矩阵表示为

$$\hat{L}_y = \frac{\sqrt{2}}{2} \hbar \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}$$

求它的本征值和归一化本征函数, 并将  $\hat{L}_y$  对角化.

六. (15 分) 如果电子的轨道角动量为  $\vec{L}$ , 自旋角动量是  $\vec{S}$ , 它们的总角动量  $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ ,

试求出  $\vec{L}$  与  $\vec{S}$  夹角的余弦  $\cos \theta$  与量子数  $j, l, s$  的关系. 上

七. (15 分) 考虑在无限深势阱 ( $0 < x < a$ ) 中运动的两电子体系, 若忽略两电子间的一切相互作用, 写出体系基态和第一激发态的波函数.