

西南大学

2009年攻读 ~~博~~ 硕士学位研究生入学考试试题
硕

学科、专业：环境科学 研究方向：所有

试题名称：数学(理) 试题编号：360

(答题一律做在答题纸上，并注明题目番号，否则答题无效)

一、判断题 (每小题 3 分, 共 30 分, 在括号中填入 × 或 √)

1. $\frac{1}{2}\sin^2 x$, $-\frac{1}{4}\cos 2x$, $-\frac{1}{2}\cos^2 x$ 是同一个函数的原函数. ()
2. 如果 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ 均不存在, 则有 $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n)$ 必不存在. ()
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2+x}{x}\right)^x = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^{\frac{x}{2} \cdot 2} = e^2$ ()
4. 若 $f(x)$ 连续, 则 $|f(x)|$ 必连续. ()
5. 若 $[c, d]$ 包含于 $[a, b]$, 则必有 $\int_c^d f(x) dx \geq \int_a^b f(x) dx$ ()
6. 由 1, 2, ..., n 组成的一个有序数组称之为一个 n 级排列, n 级排列共有 $(n-1)!$ 个 ()
7. 设 $A = (a_{ij})_{s \times n}$, $B = (b_{ij})_{s \times n}$, 则 $(a_{ij} + b_{ij})_{s \times n}$ 称为矩阵 A 和 B 的和. ()
8. 将 10 个球依次从 1 至 10 编号后放入袋中, 任取两球, 则二球的号码和不超过 18 的概率为 $\frac{44}{45}$ ()
9. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^3 \sqrt{1-x^2} dx, x = \sin t$ ()
10. 把抛物线 $y^2 = 4ax$ 及直线 $x = x_0 (x_0 > 0)$ 所围成的图形绕轴旋转, 所得旋转体的体积 $V = 4\pi ax_0^2$ ()

二、填空题 (每小空 3 分, 共 30 分)

1. 三个人独立地向同一目标各射击一次, 击中目标的概率分别为 $\frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}$, 则目标被击中的概率是_____。

2. 行列式 $\begin{vmatrix} x & y & x+y \\ y & x+y & x \\ x+y & x & y \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. $x=0$ 是 $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$ 的第_____类间断点。

4. 曲线 $y = 2\sin x + x^2$ 在横坐标 $x=0$ 点处的切线方程是_____, 法线方程是_____。

5. $\cos 59^\circ$ 的近似值为_____。

6. $\int \frac{1 - \sin x}{x + \cos x} dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 设函数 $P(x, y), Q(x, y)$ 在单连通域 D 内有一阶连续偏导数, 则曲线积分 $\int_L Pdx + Qdy$ 与路径无关的充分必要条件是_____。

8. 函数 $y = \arcsin \sqrt{x^2 - 9}$ 定义域是_____。

9. 方程 $e^y + 6xy + x^2 - 1 = 0$ 确定隐函数 $y = y(x)$, 则 $y'(0) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

三、单选题 (每小题 3 分, 共 30 分)

1. 某小组共 9 人, 分得 1 张观看奥运会的入场卷。组长将 1 张写有“得票”字样和 8 张写有“不得票”字样的纸签混合后让大家依次各抽一样, 以决定谁得入场卷, 则 ()

A. 第 1 个抽签者得“得票”的概率最大;

B. 第 5 个抽签者得“得票”的概率最大;

C. 每个抽签者得“得票”的概率相同;

D. 最后抽签者得“得票”的概率最小;

2. 微分方程 $y'' + 5y' - 6y = 0$ 的通解是 ()

A. $C_1 e^x + C_2 e^{-6x}$ B. $C_1 e^{-x} + C_2 e^{6x}$

C. $C_1 \sin x + C_2 \cos x$ D. $C_1 \sin 6x + C_2 \cos 6x$

3. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{3^n}$ 是 ()

- A、绝对收敛
B、条件收敛
C、发散
D、不能确定

4. 如果区域 D 为: $|x| \leq 1, |y| \leq 1$, 则 $\iint_D x^2 y^3 d\sigma =$ ()

- A、0 B、 $\frac{1}{2}$ C、 $\frac{1}{3}$ D、 $\frac{1}{12}$

5. 若曲线 L 所围面积为 A, 则 $A =$ ()

- A、 $\oint_L x dx - y dy$ B、 $\oint_L x dy - y dx$
C、 $\frac{1}{2} \oint_L x dy - y dx$ D、 $\frac{1}{2} \oint_L y dx - x dy$

6. 设 $y = f(x)$ 是可微函数, 则 $df(\cos 2x) =$ ()

- A、 $2f'(\cos 2x) dx$ B、 $f'(\cos 2x) \sin 2x d2x$
C、 $2f'(\cos 2x) \sin 2x dx$ D、 $-f'(\cos 2x) \sin 2x d2x$

7. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sin t dt}{\int_0^x t dt} =$ ()

- A、-1 B、0 C、1 D、2

8. 将一个物体铅直上抛, 设经过时间 t 秒后, 物体上升的高度为 $s = 40t - \frac{1}{2}gt^2$, 则物体在 3 秒时的瞬时速度为 ()

- (A) $40 - \frac{3}{2}g$; (B) $40 - 3g$; (C) 0; (D) $120 - \frac{9}{2}g$.

9. 若函数 $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处 ()

- (A) 连续且可导; (B) 连续, 不可导;
(C) 不连续; (D) 都不是.

10. 下列微分方程中, 通解是 $y = e^x(C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$ 的方程是 ()

(A). $y'' - 2y' - 3y = 0$; (B). $y'' - 2y' + 5y = 0$;

(C). $y'' + y' - 2y = 0$; (D). $y'' + 6y' + 13y = 0$ 。

四、计算下列积分 (每小题 8 分, 共 24 分, 写出步骤, 只给出答案不得分)

1. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{x dx}{\sin^2 x}$

2. $\int \frac{1 + \cos x}{x + \sin x} dx$.

3. $\int (\sin 5x \sin 7x + \sin^3 x \cos^5 x) dx$

五、求微分方程 $\begin{cases} y^3 y'' + 1 = 0 \\ y(1) = 1, y'(1) = 0 \end{cases}$ 的特解。(12 分)

六、设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ ax + b, & x > 1 \end{cases}$ 在处 $x=1$ 可导, 求 a 和 b 。(12 分)

七、求一条抛物线使之与曲线 $y = e^x$ 在 $x=0$ 处相切, 且在切点处有相同的曲率和凹向。(12 分)