

西南大学

2009 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

学科、专业：数学

研究方向：数学类各方向

试题名称：数学分析

试题编号：604

(答题一律做在答题纸上，并注明题目番号，否则答题无效)

一、选择题 (本题共 10 小题，每小题 5 分，满分 50 分)

每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，把所选项前的字母填在题后的括号内

1. 设 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$ 均为非负数列，且 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 1$, $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n = \infty$ ，则有

【 】

A. $a_n < b_n$ 对任意 n 成立

B. $b_n < c_n$ 对任意 n 成立

C. 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n c_n$ 不存在

D. 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n c_n$ 不存在

2. 设 $p_n = \frac{a_n + |a_n|}{2}$, $q_n = \frac{a_n - |a_n|}{2}$, $n=1, 2, \dots$ ，则下列命题正确的是【 】

A. 若 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 条件收敛，则 $\sum_{n=1}^{\infty} p_n$ 与 $\sum_{n=1}^{\infty} q_n$ 都收敛。

B. 若 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 条件收敛，则 $\sum_{n=1}^{\infty} p_n$ 与 $\sum_{n=1}^{\infty} q_n$ 的敛散性都不定。

C. 若 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 绝对收敛，则 $\sum_{n=1}^{\infty} p_n$ 与 $\sum_{n=1}^{\infty} q_n$ 都收敛。

D. 若 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 绝对收敛, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} p_n$ 与 $\sum_{n=1}^{\infty} q_n$ 敛散性都不定。

3. 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 且 $f(x) > 0$ 在 $[a, b]$ 上恒成立, 则方程

$$\int_a^x f(t) dt + \int_b^x \frac{1}{f(t)} dt = 0 \text{ 在 } (a, b) \text{ 内根的个数为 } \quad \quad \quad \text{【 } \quad \text{】}$$

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

4. 设 $f(x) = \frac{\ln|x|}{|x-1|} \sin x$, 则 $f(x)$ 有 【 】

A. 一个可去间断点, 一个跳跃间断点 B. 一个可去间断点, 一个无穷间断点
C. 两个可去间断点 D. 两个无穷间断点

5. 设 $f(x)$ 为 $(-\infty, +\infty)$ 上的偶函数, 且有二阶导数, 若在 $(-\infty, 0)$ 内 $f'(x) > 0$, 且

$f''(x) < 0$, 则在 $(0, +\infty)$ 内有 【 】

A. $f'(x) > 0$, $f''(x) < 0$ B. $f'(x) > 0$, $f''(x) > 0$
C. $f'(x) < 0$, $f''(x) < 0$ D. $f'(x) < 0$, $f''(x) > 0$

6. 设 $f(x)$ 在 $x=1$ 点处可导, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1) - f(1-x)}{2x} = 1$, 则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处切线的斜率为 【 】

A. -2 B. -1 C. $\frac{1}{2}$ D. 2

7. 设 $f(x)$, $g(x)$ 在点 $x=0$ 的某个邻域内连续, 且当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x)$ 是 $\varphi(x)$ 的高阶

无穷小量, 则当 $x \rightarrow 0$ 时, $\int_0^x f(t) \sin t dt$ 是 $\int_0^x t \varphi(t) dt$ 的 【 】

A. 低阶无穷小量 B. 高阶无穷小量
C. 同阶但不等价的无穷小量 D. 等价无穷小量

8. 下列广义积分发散的是

【 】

A. $\int_0^{+\infty} e^{-x^2} dx$ B. $\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$ C. $\int_{-1}^1 \frac{1}{\sin x} dx$ D. $\int_2^{+\infty} \frac{1}{x \ln^2 x} dx$

9. 已知 $f(x, y)$ 在点 $(0, 0)$ 的某邻域内连续, 且 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{f(x, y) - xy}{(x^2 + y^2)^2} = 1$, 则

【 】

A. 点 $(0, 0)$ 不是 $f(x, y)$ 的极值点

B. 点 $(0, 0)$ 是 $f(x, y)$ 的极大值点

C. 点 $(0, 0)$ 是 $f(x, y)$ 的极小值点

D. 根据所给条件无法判断点 $(0, 0)$ 是否为 $f(x, y)$ 的极值点

10. 设曲线 L 为取顺时针方向的圆周 $x^2 + y^2 = a^2$, 则 $\oint_L ydx - xdy$ 的值为

【 】

A. $2\pi a^2$

B. $-2\pi a^2$

C. $-\pi a^2$

D. πa^2

二、计算题 (本题共 5 小题, 每小题 7 分, 满分 35 分)

1. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{1}{x} - \frac{\ln(1+x)}{x^2} \right]$

2. 求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{2n} \right)$

3. 求不定积分 $\int x \arctan x dx$

4. 设 $f(\pi) = 2$, 且 $\int_0^\pi [f(x) + f''(x)] \sin x dx = 5$, 求 $f(0)$

5. 已知 $f(x)$ 连续, $\int_0^x t f(x-t) dt = 1 - \cos x$, 求 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ 的值