

西南大学

2009 年攻读 ^博 士学位研究生入学考试试题
_硕

学科、专业: 计算机应用技术

研究方向:

试题名称: 数学(-) (单考)

试题编号: 701

(答题一律做在答题纸上, 并注明题目番号, 否则答题无效)

一、填空题(每小题 4 分, 共 40 分)

1. 极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - x}) =$ _____.

2. 已知函数 $f(x) = x^6 + 3x^4 + x + 9$, 则 $f^{(6)}(x) =$ _____.

3. 交换二次积分次序: $\int_0^2 dx \int_0^{1-x} f(x, y) dy =$ _____.

4. 若向量组 $\alpha_1 = (1, 0, 0)$, $\alpha_2 = (2, 2, 4)$, $\alpha_3 = (1, 3, t)$ 线性相关, 则 $t =$ _____.

5. 矩阵 $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 5 & -4 & 2 \\ 0 & 7 & -10 & 5 & -4 \end{pmatrix}$ 的秩等于 _____.

6. 设 A, B 为 3 阶方阵, $\det(A) = 3$, $\det(B) = -2$, 则 $\det(-2A^T B^{-1}) =$ _____.

7. $xy''' + 2x^2y'' + x^3y' = x^4 + 1$ 是 _____ 阶的微分方程.

8. 已知 $y=1, y=x, y=x^2$ 是某二阶非齐次线性微分方程的三个解, 则该方程的通解为 _____.

9. 设连续随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ Ax^2, & 0 < x < 1 \\ 1, & x \geq 1 \end{cases}$, 则 X 的密度函数为 _____.

10. 若离散型随机变量 X 的分布律为 $P\{X = (-1)^n 2^n\} = 1/2^n, n \geq 1$, 则 EX _____.

二、单项选择(每小题 4 分, 共 40 分)

1. 已知函数 $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$, 其单调递增区间为_____.
- (A) $(-\infty, 0]$ (B) $[0, +\infty)$
(C) $(-\infty, +\infty)$ (D) $(-2, 2)$
2. 函数 $f(x) = e^{-x^2}$ 的原函数_____.
- (A) e^{-x^2} (B) $-2xe^{-x^2}$
(C) 不存在 (D) 存在但无法用初等函数表示出来
3. 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 所围成的图形的面积为_____.
- (A) πab (B) $\pi a^2 b$
(C) πab^2 (D) $\frac{1}{2}\pi ab$
4. 反常积分 $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^p} dx$ 在_____下收敛.
- (A) $p \leq 1$ (B) $p \geq 1$
(C) $p > 1$ (D) $p < 1$
5. 已知函数 $f(x, y) = \frac{x+y}{x-y}$, 则极限 $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x+y}{x-y}$ _____.
- (A) 0 (B) 1
(C) 不存在 (D) 存在但无法计算出来
6. 由上半球面 $z = \sqrt{4-x^2-y^2}$ 和锥面 $z = \sqrt{3(x^2+y^2)}$ 所围成的立体图形在 xoy 平面上的投影可表示为_____.
- (A) $x^2 + y^2 \leq 1$ (B) $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 \\ z = 0 \end{cases}$
(C) $x^2 + y^2 = 1$ (D) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ z = 0 \end{cases}$

7. 设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关, 则()线性相关.

- (A) $\alpha_1 - \alpha_2, \alpha_2 - \alpha_3, \alpha_3 - \alpha_1$ (B) $\alpha_1, \alpha_1 + \alpha_2, \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$
 (C) $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 + \alpha_1$ (D) $\alpha_1 + \alpha_2, 2\alpha_2 + \alpha_3, 3\alpha_3 + \alpha_1$

8. 若方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + \lambda x_3 = 0 \end{cases}$ 存在基础解系, 则 $\lambda =$ _____.

- (A) 2 (B) 3
(C) 4 (D) 5

9. 若实对称矩阵 A 与矩阵 $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$ 相似, 则二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = x^T A x$

是_____.

- (A) 正定的 (B) 负定的
(C) 不定的 (D) 半正定的

10. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, (X_1, X_2, \dots, X_n) 是取自总体 X 的一个样本,

则 $\sqrt{n} \frac{\bar{X} - \mu}{S}$ 服从_____分布

- (A) $N(0, 1)$ (B) $t(n)$
(C) $t(n-1)$ (D) $\chi^2(n-1)$

三. (15 分) 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_{\cos x}^1 e^{-t^2} dt}{x^2}$.

四. (15 分) 计算 $\iint_D y \sqrt{1+x^2-y^2} dx dy$, 其中 D 是由直线 $y=x, x=-1$ 和 $y=1$ 所围成的平面闭区域.

五. (15 分) 求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ 的特征值及所有特征向量.

六. (15 分) 设 (X, Y) 的联合密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} ye^{-(x+y)}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

计算 X, Y 的相关系数, 问 X, Y 是否不相关, 是否相互独立?

七. (10 分) 求微分方程 $x dx + y dy + \frac{y dx - x dy}{x^2 + y^2} = 0$ 的通解.