西南大学

2010年攻读硕士学位研究生入学考试试题

学科、专业：数学　　研究方向：数学类各方向

试题名称：数学分析　　试题编号：604

（答题一律做在答题纸上，并注明题目番号，否则答题无效。）

一、选择题（本题共10小题，每小题5分，满分50分）

每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，把所选项前的字母填在答题纸上，并注明题目番号

1. 设 f 在 $[a,b]$ 上可导，$x_0\in[a,b]$ 是 f 的最大值点，则（　）

A. $f'(x_0)=0$　　B. $f'(x_0)\neq 0$

C. 当 $x_0\in(a,b)$ 时，$f'(x_0)=0$　　D. 以上都不对

2. 设 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ 及 $\lim\limits_{x\to x_0} g(x)$ 都不存在，则（　）

A. $\lim\limits_{x\to x_0}(f(x)+g(x))$ 及 $\lim\limits_{x\to x_0}(f(x)-g(x))$ 一定都不存在

B. $\lim\limits_{x\to x_0}(f(x)+g(x))$ 及 $\lim\limits_{x\to x_0}(f(x)-g(x))$ 一定都存在

C. $\lim\limits_{x\to x_0}(f(x)+g(x))$ 及 $\lim\limits_{x\to x_0}(f(x)-g(x))$ 中有一个存在，而另一个不存在

D. $\lim\limits_{x\to x_0}(f(x)+g(x))$ 及 $\lim\limits_{x\to x_0}(f(x)-g(x))$ 有可能都不存在

3. $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n+2}-2\sqrt{n+1}+\sqrt{n})=$（　）

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\sin x}{x+\sin x}=$（　）

A. 1　　B. 0　　C. -1　　D. 不存在

5. “对任意给定的 $\varepsilon\in(0,1)$，总存在正整数 N，使得当 $n\geq N$ 时，恒有 $|x_n-a|\leq 2\varepsilon$”是数列 $\{x_n\}$ 收敛于 a 的（　）

A. 充分条件但非必要条件　　B. 必要条件但非充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既非充分又非必要条件

6. 定义域为$[a, b]$，值域为$(-1, 1)$的连续函数（　　）

A. 一定不存在　　B. 可能存在　　C. 存在且唯一　　D. 存在

7. 函数$f(x)$在$[a,b]$上可积的必要条件是（　　）

A. 连续　　B. 有界　　C. 无间断点　　D. 有原函数

8. 函数$f(x)$是奇函数，且在$[-a,a]$上可积，则（　　）

A. $\int_{-a}^{a} f(x)dx = 2\int_{0}^{a} f(x)dx$　　B. $\int_{-a}^{a} f(x)dx = 0$

C. $\int_{-a}^{a} f(x)dx = -2\int_{0}^{a} f(x)dx$　　D. $\int_{-a}^{a} f(x)dx = 2f(a)$

9. 级数$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$收敛是$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$部分和有界的（　　）

A. 必要条件　　B. 充分条件　　C. 充分必要条件　　D. 无关条件

10. 曲线$y = \dfrac{x}{1-x^2}$的渐近线有（　　）

A. 1条　　B. 2条　　C. 3条　　D. 4条

二、计算题(每小题10分，共50分)

1. 计算$\int_{1}^{+\infty} \dfrac{dx}{e^{1+x} + e^{3-x}}$

2. 已知$z = u^v$，$u = \ln\sqrt{x^2 + y^2}$，$v = \arctan\dfrac{y}{x}$，求dz

3. 设D为以$O(0,0)$，$A(1,2)$，$B(2,1)$为顶点的三角形区域，求$\iint_D x dxdy$

4. 求数项级数$\sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{2^n(2n-1)}$的和

5. 求极限$\lim_{n\to\infty} \sin \pi\sqrt{n^2+1}$

三、证明题(共50分)

1.（本题满分10分）

设f为$(-\infty,+\infty)$上的奇函数，且对任意实数x，有

$$f(x+2) = f(x) + f(2)$$

又设$f(1) = a$