西南大学

2011年攻读硕士学位研究生入学考试试题

学科、专业：　经管　　　　　　　　　　研究方向：

试题名称：　数学　　　　　　　　　　　试题编号：609

（答题一律做在答题纸上，并注明题目番号，否则答题无效）

一、填空题（请将正确答案填入各小题后面的横线上；共5题，4分/题，共20分）

1、设方程 $x = y^y$ 确定 y 是 x 的函数，则 $dy =$__________。

2、设 $\int xf(x)dx = \arcsin x + c$，则 $\int \frac{1}{f(x)}dx =$__________。

3、设 (x_0, y_0) 是抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 上的一点，若在该点的切线过原点，则系数应满足的关系是__________。

4、设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本，总体 X 概率密度为

$f(x,\theta) = \begin{cases} e^{-(x-\theta)}, & x \geq \theta \\ 0, & x < \theta \end{cases}$；则未知参数 θ 的矩估计量为__________。

5、设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_n \\ a_1^2 & a_2^2 & a_3^2 & \cdots & a_n^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_1^{n-1} & a_2^{n-1} & a_3^{n-1} & \cdots & a_n^{n-1} \end{pmatrix}$，$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$，$B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$，

其中 $a_i \neq a_j (i \neq j; i, j = 1, 2, \cdots, n)$，则线性方程组 $A^T X = B$ 的解是__________。

二、单项选择题（在每小题的四个备选答案中，选出正确的答案，并将其代号填在下表中的相应题号下；共 5 题，4 分/题，共 20 分）

题号	1	2	3	4	5
答案					

1、设函数 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+x}{1+x^{2n}}$，讨论函数 $f(x)$ 的间断点，其结论是

A、不存在间断点，　　B、存在间断点 $x=1$，

C、存在间断点 $x=0$，　　D、存在间断点 $x=-1$。

2、若 $f(-x)=f(x),(-\infty<x<+\infty)$；在 $(-\infty,0)$ 内，$f'(x)>0$，且 $f''(x)<0$，则在 $(0.+\infty)$ 内有

A、$f'(x)>0, f''(x)<0$，　　B、$f'(x)>0, f''(x)>0$，

C、$f'(x)<0, f''(x)<0$，　　D、$f'(x)<0, f''(x)>0$。

3、设 n 阶矩阵 A 非奇异 $(n\ge 2)$，A^* 是矩阵 A 的伴随矩阵，则

A、$(A^*)^*=|A|^{n-1}A$，　　B、$(A^*)^*=|A|^{n+1}A$

C、$(A^*)^*=|A|^{n-2}A$　　D、$(A^*)^*=|A|^{n+2}A$

4、设有任意两个 n 维向量组 $\alpha_1,\cdots,\alpha_m$ 和 $\beta_1,\cdots,\beta_m$，若存在两组不全为零的数 $\lambda_1,\cdots,\lambda_m$ 和 $k_1,\cdots,k_m$，使

$(\lambda_1+k_1)\alpha_1+\cdots+(\lambda_m+k_m)\alpha_m+(\lambda_1-k_1)\beta_1+\cdots+(\lambda_m-k_m)\beta_m=0$，则

A、$\alpha_1,\cdots,\alpha_m$ 和 $\beta_1,\cdots,\beta_m$ 都是线性相关的，

B、$\alpha_1,\cdots,\alpha_m$ 和 $\beta_1,\cdots,\beta_m$ 都是线性无关的，

C、$\alpha_1+\beta_1,\cdots,\alpha_m+\beta_m,\alpha_1-\beta_1,\cdots,\alpha_m-\beta_m$ 线性无关，

D、$\alpha_1+\beta_1,\cdots,\alpha_m+\beta_m,\alpha_1-\beta_1,\cdots,\alpha_m-\beta_m$ 线性相关。

5、已知 $0<P(B)<1$ 且 $P[(A_1+A_2)|B]=P(A_1|B)+P(A_2|B)$，则下列选项成立的是

A、$P[(A_1+A_2)|\overline{B}]=P(A_1|\overline{B})+P(A_2|\overline{B})$，

B、$P(A_1B+A_2B)=P(A_1B)+P(A_2B)$，

C、$P(A_1+A_2)=P(A_1|B)+P(A_2|B)$，

D、$P(B)=P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)$。

三、（本题满分 6 分）

在经济学中，称函数 $Q(x)=A\left[\delta K^{-x}+(1-\delta)L^{-x}\right]^{-\frac{1}{x}}$ 为固定替代弹性生产函数，而称函数 $\overline{Q}=AK^{\delta}L^{1-\delta}$，为 Cobb-Douglas 生产函数（简称 C-D 生产函数）。

试证明：当 $x\to\infty$ 时，固定替代弹性生产函数变为 C-D 生产函数，即有：$\lim\limits_{x\to 0}Q(x)=\overline{Q}$。

四、（本题满分 7 分）

一商家销售某种商品的价格满足关系 $p=7-0.2x$（万元/　　吨），x 为销售量（单位：吨），商品的成本函数 $C=3x+1$（万元）。

（1）　若每销售一吨商品，政府要征税 t（万元），求该商家获最大利润时的销售量；

（2）　t 为何值时，政府税收总额最大。

五、(本题满分 7 分)

设有微分方程 $y' - 2y = \phi(x)$，其中 $\phi(x) = \begin{cases} 2, x < 1 \\ 0, x > 1 \end{cases}$，

试求在 $(-\infty,+\infty)$ 内的连续函数 y=y(x)，使之在 $(-\infty,1)$ 和 $(1,+\infty)$ 内满足上述微分方程，且有 $y|_{x=0} = 0$。

六、(本题满分 20 分)

设有矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & a \\ 1 & a & 1 \\ a & 1 & 1 \end{bmatrix}, \beta = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$，已知方程组 $Ax = \beta$ 有解但不唯一，试求；

(1) a 的值；

(2) 求正交矩阵 Q，使 $Q^T AQ$ 为对角矩阵。

七、(本题满分 20 分)

设向量 $\alpha_1, \cdots, \alpha_n$ 是齐次线性方程组 $AX = 0$ 的一个基础解系，而向量 β 不是方程组 $AX = 0$ 的解，即 $A\beta \neq 0$。

试证明：向量组 $\beta, \beta + \alpha_1, \beta + \alpha_2, \cdots, \beta + \alpha_n$ 线性无关。

八、（本题满分 20 分）

设随机变量 X 的绝对值不大于 1；$P\{X=-1\}=\frac{1}{8}$，$P\{X=1\}=\frac{1}{4}$；在事件 $\{-1<X<1\}$ 出现的条件下，X 在 $(-1,1)$ 内的任一子区间上取值的条件概率与该子区间的长度成正比；试求 X 的分布函数 $F(x)=P\{X\le x\}$。

九、（本题满分 30 分）

一商店经销某种商品，每周进货的数量 X 和顾客对该商品的需求量 Y 是相互独立的随机变量，且都服从区间 $[10,20]$ 上的均匀分布。商店每售出一单位商品可得利润 1000 元；若需求量超出了进货量，商店可从其他商店调剂供应，这时每售出一单位商品获利润 500 元。试计算此商店经销该种商品每周所得利润的期望值。