重庆大学2002硕士研究生入学考试试题

（共 1 页）

题号：54（328）

考试科目： 数学分析　　　专业：基础数学、计算数学、应用数学、运筹学与控制论

研究方向：

请考生注意：

答题一律（包括填空题和选择题）答在答题纸或答题册上，答在试题上按零分计。

一、计算下列各题（每题 8 分，共 40 分）

1、求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{\sqrt[n]{n!}}$；

2、求不定积分 $\int\dfrac{\ln(1+x^2)}{x^3}dx$；

3、设 $f(x)=nx(1-x)^n$（n 为自然数），求

（1）$f(x)$ 在 $[0,\ 1]$ 上的最大值 $M(n)=\max\limits_{x\in[0,1]}\{f(x)\}$．

（2）求 $\lim\limits_{n\to\infty} M(n)$．

4、求级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^n}{\ln(n!)}$ 的收敛半径，并讨论收敛区间端点的收敛情况．

5、设 $F=yz(2x+y+z)i+xz(x+2y+z)j+xy(x+y+2z)k$

求：F 沿螺线 $r=a\cos t\ i+a\sin t\ j+bt\ k$ 的一段（$t: 0\to\frac{\pi}{4}$）所作的功．

二、证明下列各题（每题 15 分，共 60 分）

1、设 $f(x)$ 在 $[0,\ 1]$ 上连续，$\int_0^1 f(x)dx=0$，$\int_0^1 xf(x)dx=1$，则存在 $x_0\in[0,\ 1]$，使

$|f(x_0)|>4$．

2、如函数 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上一致连续，且无穷积分 $\int_0^{+\infty} f(x)dx$ 收敛，证明：

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$．

3、$f(x,y)$在(x_0,y_0)的某邻域内，$f_x(x,y)$连续，$f_y(x_0,y_0)$存在，证明：$f(x,y)$在(x_0,y_0)可微。

4、设 $f_n(x)$ 在 (a,b) 上单调递增，且有实数列 $\{M_n\}$，$n=1,2,3,\cdots$ 使得

$\forall x\in(a,b)$ $\quad |f_n(x)|\le M_n$

若$f_n(x)$在(a,b)上一致收敛于$f(x)$，证明：

（1） 存在$M>0$，使得$\forall x\in(a,b)$ $\quad |f(x)|\le M$；

（2） 极限$\lim\limits_{x\to b^-}f(x)$存在。