

广西民族大学 2007 年硕士研究生入学考试试题

(所有试题答案必须写在答题纸上, 答案写在试卷上无效)

学科专业: 基础数学、计算数学、应用数学

研究方向:

考试科目: 数学分析

试卷代号: A 卷

一、

1. (15 分) 证明: $\lim_{x \rightarrow 0} f(x^2) = A$ 等价于 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = A$.

2. (15 分) 讨论函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin xy}{x} & x \neq 0 \\ y & x = 0 \end{cases}$ 的连续性, 并确定它的连续点集.

二、(20 分) 已知函数 $g(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 有二阶连续导数, 且 $g(0) = 0$. 试证: $f(x) = \begin{cases} \frac{g(x)}{x} & x \neq 0 \\ g'(0) & x = 0 \end{cases}$

在 $(-\infty, +\infty)$ 内有连续导数.

三、(20 分) 计算 $J = \iint_S xdydz + ydzdx + zdx dy$, 其中曲面 S : 由球面 $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ 与 $x^2 + y^2 = ax$ 相交所得球面部分, 球面外侧为正向.

四、(20 分) 已知函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 试证至少存在一点 $\xi \in (a, b)$ 使得

$$\int_a^b f(x) dx = f(\xi) (b - a) \text{ 成立, 其中 } a < \xi < b.$$

五、(20 分) 证明: 如果函数 $f(x, y)$ 在有界开区域 D 内一致连续, 那么它在 D 内有界.

六、(20 分) 确定正数 η , 使得曲面 $xyz = \eta$ 与曲面 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ 相切, 并写出一个切平面方程.

七、(20 分) 计算: $I = \int_0^{n\pi} x |\sin x| dx$, 其中 n 是正整数.