广西民族大学 2008 年硕士研究生入学考试试题

（所有试题答案必须写在答题纸上，答案写在试卷上无效）

学科专业：基础数学、计算数学、应用数学　　　　研究方向：

考试科目：622　数学分析　　　　试卷代号：A卷

一、(20 分) 求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{e^x+e^{2x}+\cdots+e^{nx}}{n}\right)^{\frac{1}{x}}$。

二、(20 分) 已知 $x_1=1$，$x_{n+1}=1+\dfrac{x_n}{x_n+1}$，$n=1,2,\cdots$，证明数列 $\{x_n\}$ 存在极限,并求此极限。

三、(20 分) 已知函数 $f(x)$ 在包含 $[a,b]$ 的开区间内二阶可导，$f'(a)=f'(b)=0$,证明存在 $c\in(a,b)$，使得

$$|f''(c)|\ge\frac{4}{(b-a)^2}|f(b)-f(a)|$$

四、(20 分) 已知 $f(0)=-\dfrac{1}{2}$，确定 $f(x)$ 使 $\int_{P_1}^{P_2}\left[e^x+f(x)\right]ydx-f(x)dy$ 与路径无关，并求当 P_1 和 P_2 分别为 $(0,0)$ 和 $(1,1)$ 时此积分的值。

五、(20 分) 设 $z=f\left(x,\dfrac{x}{y}\right)$，求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$ 和 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}$。

六、(15 分) 证明:如果 $f(x)$ 存在二阶导数，$F(z)$ 存在连续导数，则函数

$$u(x,t)=\frac{1}{2}[f(x-at)+f(x+at)]+\frac{1}{2a}\int_{x-at}^{x+at}F(z)dz$$

是弦振动方程 $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2}=a^2\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ 的解。

七、（15 分）求幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(2n+1)x^n$ 的收敛域，并求其和函数。

八、(20 分) 设函数 $f(w)$ 在 $[0,+\infty]$ 上连续，且满足如下方程求 $f(w)$

$$f(w)=e^{4\pi w^2}+\iint\limits_{x^2+y^2\le 4w^2}f\left(\frac{1}{2}\sqrt{x^2+y^2}\right)dxdy$$