广西民族大学 2008 年硕士研究生入学考试试题

（所有试题答案必须写在答题纸上，答案写在试卷上无效）

学科专业：基础数学、计算数学、应用数学　　　　　研究方向：
考试科目：　高等代数　　　　　　　　　　　　　　试卷代号：　A 卷

一(15 分)、若 $f(x),g(x)$ 不全为零，且 $u(x)f(x)+v(x)g(x)=(f(x),g(x))$，则 $(u(x),v(x))=1$

二（15 分）、计算 n 阶行列式 $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 2 \end{vmatrix}$

三(20 分)、求解方程组 $\begin{cases} (a+3)x_1+x_2+2x_3=a \\ ax_1+(a-1)x_2+x_3=2a \\ 3(a+1)x_1+ax_2+(a+3)x_3=3 \end{cases}$

四(15 分)、设向量 β 可由 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 线性表出，证明：表示法唯一的充分必要条件是 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 线性无关。

五(15 分)、设 $f(x_1,\cdots,x_n)=X'AX$ 是一实二次型，若有实 n 维向量 X_1,X_2 使得 $X_1'AX_1>0$，$X_2'AX_2<0$。证明存在非零实 n 维向量 X_3 使得 $X_3'AX_3=0$。

六(15 分)、求由向量 α_i 生成的子空间与由向量 β_i 生成的子空间的交的基和维数，　设

$$\begin{cases} \alpha_1=(1,2,1,0) \\ \alpha_2=(-1,1,1,1) \end{cases},\begin{cases} \beta_1=(2,-1,0,1) \\ \beta_2=(1,-1,3,7) \end{cases}$$

七(20 分)、设 $\varepsilon_1,\varepsilon_2,\varepsilon_3,\varepsilon_4$ 是四维线性空间 V 的一组基，　已知线性变换 f 在这组基下的矩阵为

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 5 & 5 \\ 2 & 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

求

（1）线性变换 f 在基$\eta_1=\varepsilon_1-2\varepsilon_2+\varepsilon_4,\eta_2=3\varepsilon_2-\varepsilon_3-\varepsilon_4,\eta_3=\varepsilon_3+\varepsilon_4,\eta_4=2\varepsilon_4$下的矩阵

（2）求线性变换 f 的核和值域

八(15 分)、设 B 为一$r\times r$矩阵，C 为一$r\times n$矩阵，且秩$(C)=r$，证明：1）若$BC=0$，则$B=0$；2）若$BC=C$，则$B=E$

九(20 分)、设 V 是n维线性空间，f,g是 V 上的线性变换， 且f有n个互异的特征根，证明$fg=gf$ 当且仅当g是$f^0=I,f,f^2,\cdots,f^{n-1}$的线性组合