

# 广西民族大学 2009 年硕士研究生入学考试试题

(所有试题答案必须写在答题纸上, 答案写在试卷上无效)

学科专业: 基础数学、计算数学、应用数学

研究方向:

考试科目: 数学分析

试卷代号: A 卷

## 一、计算题

1) (10分) 求:  $\int x \arctg x dx$ .

2) (10分) 求:  $\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$ .

二、(10分) 设  $z = f(x, xy^2)$ , 求  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ .

三、设  $\{a_n\}$  为  $a_1 \neq 0$  且公比  $q$  满足  $0 < q < 2$  的等比数列, 试求

1) (15分) 幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$  的收敛半径;

2) (15分) 数项级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+a_n}{2^n}$  的和.

四、(15分) 将  $f(x) = \frac{\pi-x}{2}$  在  $(0, 2\pi)$  内展成傅立叶级数.

五、(15分) 设  $f = \ln \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ , 求:  $\operatorname{div}(\operatorname{grad} f)$ .

六、(20分) 利用 Lagrange 乘数法, 求解  $f(x, y, z) = 2x^2 + 2y^2 + z^4$  在  $xyz = 1$  条件下的极值.

七、(20分) 已知  $B_0(x) = \begin{cases} 1 & \text{当 } 0 \leq x < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$ ,  $B_i(x) = \int_{-\infty}^{\infty} B_0(y) B_{i-1}(x-y) dy$ ,  $i = 1, 2, \dots$ . 试求  $B_2(x)$ .

八、(20分) 设有区间  $[0, 1]$ .  $x_i = i/n$ ,  $i = 1, \dots, n-1$ , 将区间  $[0, 1]$  分成  $n$  个小区间  $[x_{i-1}, x_i]$ ,  $i = 1, \dots, n$ .  $s(x)$  为  $[0, 1]$  上整体二次光滑的分段三次多项式, 即满足

1)  $s(x) \in C^2[0, 1]$ ,

2)  $s(x)$  在每一个小区间  $[x_{i-1}, x_i]$  上为三次多项式.

证明:  $\frac{h^2}{6} s''(x_{i-1}) + \frac{2h^2}{3} s''(x_i) + \frac{h^2}{6} s''(x_{i+1}) = s(x_{i-1}) - 2s(x_i) + s(x_{i+1})$ ,  $i = 1, \dots, n-1$ .