

## 2009 年硕士研究生入学考试初试 广西民族大学自命题科目试题

(试卷代号: A 卷)

科目代码: 827

科目名称: 高等代数

适用学科专业: 基础数学、计算数学、应用数学

研究方向: 所有方向

命题教师签名: \_\_\_\_\_

### 考生须知

1. 答案必须写在答题纸上, 写在试题册上无效。
2. 答题时一律使用蓝、黑色墨水笔作答, 用其它笔答题不给分。
3. 交卷时, 请配合监考人员验收, 并请监考人员在准考证相应位置签字 (作为考生交卷的凭证)。否则, 产生的一切后果由考生自负。

一、 设  $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & b & 1 \\ 1 & 2b & 1 \end{pmatrix}, \beta = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ , 求  $a, b$  为何值时,  $Ax = \beta$  有解, (20 分)

二、 试化二次型  $x_1^2 + 5x_2^2 - x_3^2 + 4\sqrt{2}x_1x_3$  为标准型, 并求出变到标准型的正交变换 (20 分)

三、 元素属于实数域  $R$  的 2 阶方阵按矩阵的加法与数量乘法构成  $R$  上的一个线性空间  $M_2(R)$ , 令  $H = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ , 定义变换  $\delta(A) = AH - HA, A \in M_2(R)$  为其上的线性变换, 求  $\delta$  的核的维数和一组基. (20 分)

四、 设实矩阵  $A \in C^{m \times n}$ , 证明秩  $(A'A) = \text{秩}(A)$ ,  $A'$  为矩阵  $A$  的转置. (15 分)

五、 设  $A = \begin{pmatrix} b & c & a \\ c & a & b \\ a & b & c \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} c & a & b \\ a & b & c \\ b & c & a \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{pmatrix}$ , 证明:

(1)  $A, B, C$  彼此相似;

(2) 若  $BC = CB$ , 则  $A$  至少有两个特征根为 0. (25 分)

六、 证明  $x^2 + x + 1$  整除  $x^{3m} + x^{3n+1} + x^{3p+2}$ , 其中  $m, n, p$  均为正整数 (15 分)

七、 设  $A \in C^{n \times n}, C \in C^{n \times m}$ ,  $A$  为正定矩阵, 矩阵  $C$  的秩为  $m, n > m$ , 求

$B = \begin{pmatrix} A & C \\ C^T & 0 \end{pmatrix}$  的正、负惯性指数, 其中  $C^T$  为矩阵  $C$  的转置 (15 分)

八、 设  $A = (a_{ij})_{n \times n}$ , 满足  $\sum_{j=1}^n a_{ij} = 0, \forall i = 1, 2, \dots, n$ , 证明  $A_{n1} = A_{n2} = \dots = A_{nn}, A_{nj}$  为  $a_{nj}$  的代数余子式. (20 分)