

9. (15分) 设 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4$ 是四维线性空间 V 的一组基, 已知线性变换 f 在这组基下的矩

阵为
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 5 & 5 \\ 2 & 2 & 1 & -2 \end{pmatrix},$$

求: (1) 线性变换 f 在基 $\eta_1 = \varepsilon_1 - 2\varepsilon_2 + \varepsilon_4, \eta_2 = 3\varepsilon_2 - \varepsilon_3 - \varepsilon_4, \eta_3 = \varepsilon_3 + \varepsilon_4, \eta_4 = 2\varepsilon_4$ 下的矩阵

(2) 求线性变换 f 的核和值域。

10. (15分) A 是一个 n 阶矩阵, $A^2 = 4A$, A 的秩为 r , 计算 $|A - 3I|$, 其中 I 为单位矩阵。