广东工业大学

2012 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目（代码）名称：(602)数学分析　　　　满分 150 分

（考生注意：试卷封面需填写自己的准考证编号，答完后连同本试题一并交回！）

一。填空题：（每小题 6 分，共 42 分）

1．若 $\lim\limits_{x\to+\infty}(\dfrac{x^2+1}{x+1}-ax-b)=0$，则 $a=$__________，$b=$__________。

2、$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin 4x}{\sqrt{x+1}-1}=$__________。

3．$y=\arcsin\sqrt{1-x^2}$，则 $dy=$__________。

4．$\int\dfrac{1-\tan x}{1+\tan x}dx=$__________。

5．$u=x^{y^z}$，$\dfrac{\partial u}{\partial y}=$__________。

6．$D=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le1\}$，则 $\iint\limits_D e^{x^2+y^2}dxdy=$__________。

7．设 L 为任一不包含原点的闭区域的边界曲线，则 $\oint_L\dfrac{xdy-ydx}{x^2+y^2}=$__________。

二、（10 分）用 $\varepsilon-\delta$ 定义证明极限：$\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2-1}{2x^2-x-1}=\dfrac{2}{3}$。

三．（12 分）设 $f(x)$ 在 $x=0$ 连续，且 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(x)}{x}=1$，求证 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导，并求 $f'(0)$。

四、（12 分）证明方程 $2y-1+\cos y-xe^y=0$ 在 $(0,0)$ 邻域内确定唯一可导隐函数 $y=y(x)$，并求 $y'(0),y''(0)$。

五、（12 分）设 $F(t)=\iiint\limits_{x^2+y^2+z^2\le t^2}f(x^2+y^2+z^2)dV$，其中 $f(u)$ 为可微函数，求 $F'(t)$。

六、（15 分）计算曲面积分 $\iint\limits_S yzdydz+(x^2+z^2)ydzdx+xydxdy$，其中 S 为曲面 $4-y=x^2+z^2$ 上 $y\geq 0$ 部分，取正侧。

七、（15 分）若函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a,b]$ 上存在二阶导数，且 $f(a)=f(b)=0$，$f''(x)\neq 0\ (x\in(a,b))$，证明对 $\forall x\in(a,b), f(x)\neq 0$。

八、（共17分）设 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 是数项级数，证明：

（1）若 $\lim\limits_{n\to\infty}nu_n=\lambda<0$，则 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 发散；(7分)

（2）若 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 是收敛的正项级数，且数列 $\{u_n\}$ 单调，则 $\lim\limits_{n\to\infty}nu_n=0$。(10分)

九、（15 分）当 $n\to\infty$ 时, $f_n(x)$ 一致收敛于 $f(x)$, $x\in I$,且对每个正整数 n , $f_n(x)$ 在 I 上有界，证明 $\{f_n(x)\}$ 在 I 上一致有界。