

2005 年深圳大学硕士研究生入学考试试题

(答题必须写在答题纸上, 写在本试题纸上无效)

专业: 管理科学与工程

考试科目: 运筹学

一、必做题 (共 110 分)

1、判断题 (对者打√, 错者打×, 每小题 2 分, 共 10 分)

- (1) 用单纯形法求解极大化标准形的线性规划问题时, 与 $\sigma_j > 0$ 对应的变量都可以被选作换入变量。 ()
- (2) 已知 y_i^* 为线性规划的对偶问题的最优解, 若 $y_i^* = 0$, 说明在最优生产计划中第 i 种资源一定还有剩余。 ()
有利资源是松弛变量中
- (3) 在任一图 G 中, 当点集 V 确定后, 树图是 G 中边数最少的连通图。 ()
- (4) 矩阵对策中, 如果最优解要求一个局中人采取纯策略, 则另一个局中人也必须采取纯策略。 ()
- (5) 如果线性规划问题存在最优解, 则最优解一定对应可行域边界上的一个点。 ()

2、(20 分) 某一求目标函数极大值的线性规划问题, 用单纯形法求解时某一步的单纯形表格如下:

X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_3	d	4	a_1	1	0	0
x_4	2	-1	-5	0	1	0
x_5	3	a_2	-3	0	0	1
$c_j - z_j$		c_1	c_2	0	0	0

表中 x_j 均为非人工变量, 试确定参数 a_1, a_2, c_1, c_2, d 的范围, 使下列说法正确。

(1) 表中解为唯一最优解;

(2) 表中解为无穷多最优解之一;

$d > 0$

$c_1 < 0, c_2 < 0$

~~$c_1 < 0, c_2 < 0$~~ $c_1 < 0, c_2 < 0$

$c_1, c_2 = 0$

$d \leq 0$

设 \$W^0\$ 为原问题的对偶变量, \$V^0\$ 为对偶问题的最优解

3、(40分) 已知线性规划问题:

$$\begin{aligned} \max z &= 2x_1 - x_2 + x_3 \\ \text{s.t.} \quad &\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 6 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

由互补松弛定理有 \$XV^0 = 0\$
 $YU^0 = 0$
 $x_1 = 6, x_2 = x_3 = 0$
 $x_4 = 0, x_5 = 10$
 $Y_1 = 2, Y_2 = 0$
 $\min \theta = 6Y_1 + 4Y_2$
 $\text{s.t.} \quad \begin{cases} Y_1 - Y_2 \geq 2 \\ Y_1 + 2Y_2 \geq -1 \\ Y_1 \geq 1 \\ Y_1, Y_2 \geq 0 \end{cases}$
 $Y_1 = 2, Y_2 = 0$

- (4) 用单纯形法求该问题的最优解;
- (5) 写出该问题对应的对偶问题及其最优解;
- (6) 验证对偶问题的互补松弛性。

4、(30分) 给出线性规划问题:

$$\begin{aligned} \max z &= 2x_1 + 3x_2 + x_3 \\ \text{s.t.} \quad &\begin{cases} x_1/3 + x_2/3 + x_3/3 \leq 1 \\ x_1/3 + 4x_2/3 + 7x_3/3 \leq 3 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$Y_1, x_4 = 0$
 $Y_2, x_5 = 0$
 $Y_3 = 0, Y_4 = 3, Y_5 = 1$
 $Y_3 \cdot x_1 = 0, Y_4 \cdot x_2 = 0, Y_5 \cdot x_3 = 0$
 故该问题互补松弛性。

其最优单纯形表如下:

		C_1	C_2	C_3			
	C_j	2	3	1	0	0	
C_B	基	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
2	x_1	1	1	0	-1	4	-1
3	x_2	2	0	1	2	-1	1
	$C_j - Z_j$		0	0	-3	-5	-1

试用灵敏度分析方法分别讨论:

(1) C_2 在什么范围内变动, 上述最优解不变;

$3 - 2C_2 \leq 0$
 $C_2 - 8 \leq 0$
 $2 - C_2 \leq 0$
 $2 \leq C_2 \leq 8$

(2) 当 $b = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ 时, 最优解 (基) 的变化;

$b = \begin{pmatrix} 3-1 \\ 2-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$
 $B^{-1}b = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ -3 \end{bmatrix}$

(3) 增加一个新的约束 $x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 10$, 最优解的变化;

不变
 $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 5$

(4) 求各个约束的影子价格。

$Y_1 = 5, Y_2 = 1$

5、(10分) 某厂有 4 个工人 A_1, A_2, A_3, A_4 , 分别均能操作 B_1, B_2, B_3, B_4 台车床中的一台, 每小时的产值如下表, 每个工人必须操作一台且仅一台机器, 建立使产值最大的分配方案的数学模型 (不求解)。

设参数 W_{ij} 为第 i 个工人操作第 j 台车床的产值。

$X_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{指派第 } i \text{ 人操作第 } j \text{ 台} \\ 0 & \text{不指派第 } i \text{ 人操作第 } j \text{ 台} \end{cases}$
 $\text{s.t.} \quad \begin{cases} \sum_{j=1}^4 X_{ij} = 1 \quad (i=1, \dots, 4) \\ \sum_{i=1}^4 X_{ij} = 1 \quad (j=1, \dots, 4) \\ X_{ij} = 0, \text{ 或 } 1 \end{cases}$

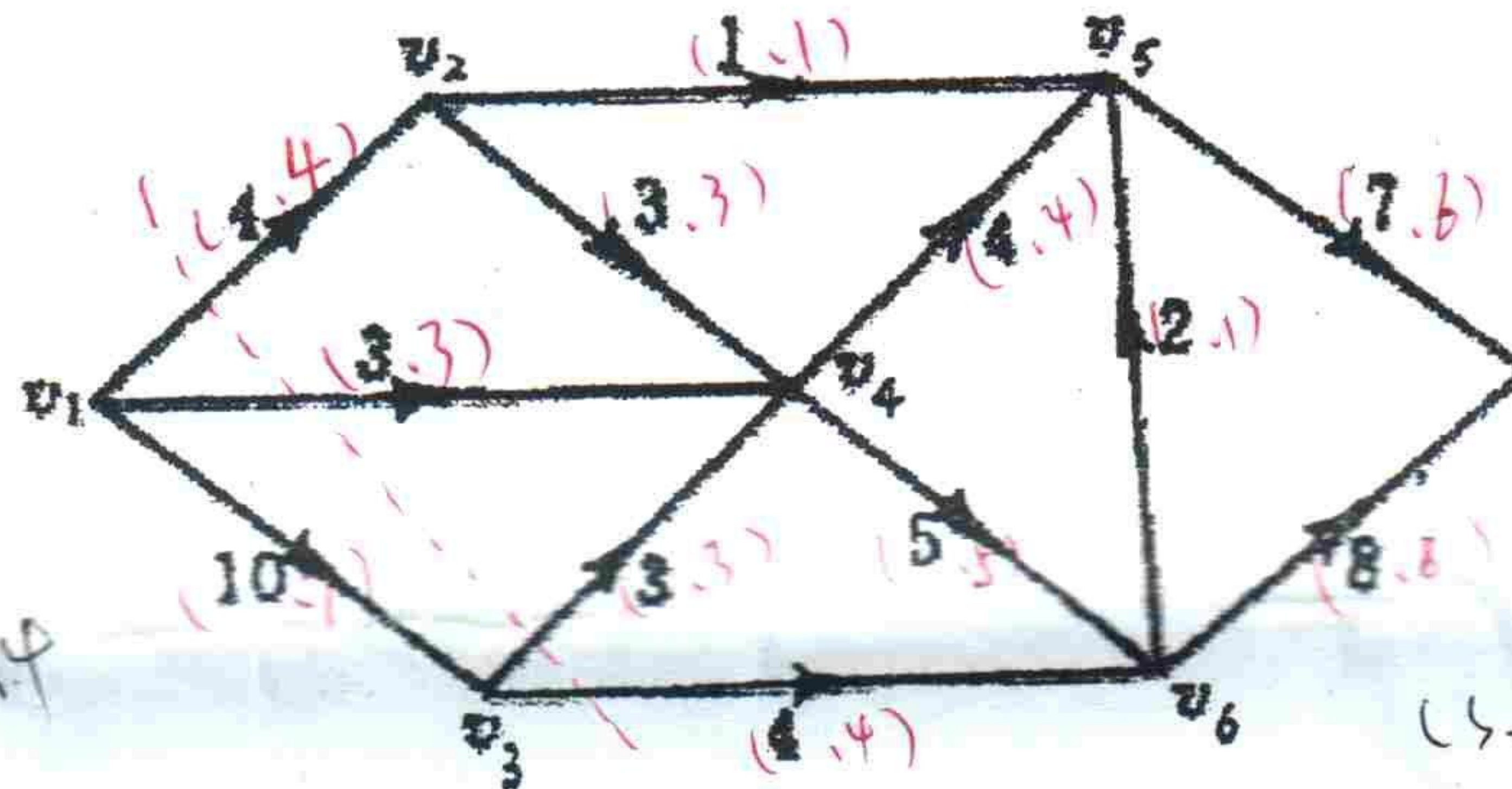
W_{ij} 见表中数值

车床 工人	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	10	⑨	8	7
A_2	3	4	⑤	6
A_3	②	1	1	2
A_4	4	3	5	⑥

第22题 网络图法

二、选做题：以下四题中任选二题（共40分）

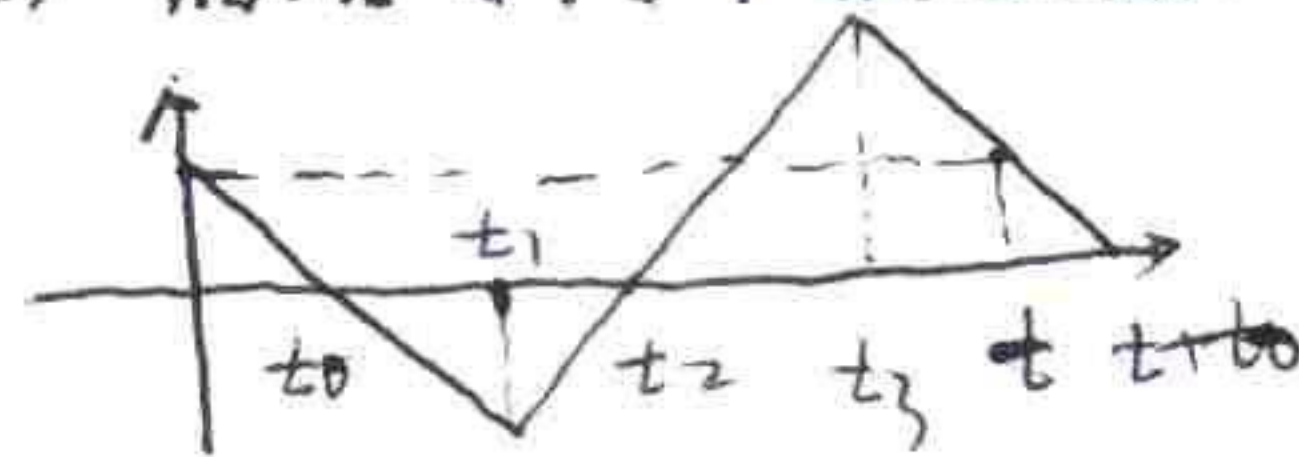
6、(20分) 用标号法求下图网络中 v_1 到 v_7 的最大流和最小截集（图中弧旁数字为容量）。



设 v_1 标号为 $(1, +\infty)$
 与 v_1 相邻
 $v_2 (+v_1, 4)$
 可标号到标号即为
 故 $S = \{v_1, v_3\}$
 $\bar{S} = \{v_2, v_4, v_5, v_6, v_7\}$
 $(\bar{S} - S) = \{(v_1, v_2), (v_1, v_4), (v_3, v_4), (v_3, v_6)\}$

最大流量 $f=14$

7、(20分) 对某产品的需求量为 350 件/年（设一年以 300 工作日计），已知每次订货费为 50 元，该产品的存贮费为 13.75 元/（件·年），缺货时的损失为 25 元/（件·年），订货提前期为 5 天。该种产品由于结构特殊，需用专门车辆运输，在向订货单位发货期间，每天发货量为 10 件。试求：



- (1) 经济订货批量及最大缺货量；
- (2) 年最小费用。

8、(20分) 已知 A、B 两人对策时对 A 的赢得矩阵如下，求双方各自的最优策略及对策值。

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 3 \\ 1 & ① & 3 & 2 \\ -3 & -2 & -1 & 4 \end{bmatrix}$$

9、(20分) 已知线性规划问题 $\max z = CX, AX = b, X \geq 0$ ，分别说明发生下列情况时，其对偶问题的解的变化：

- (1) 问题的第 k 个约束条件乘上常数 λ ($\lambda \neq 0$)；
- (2) 目标函数改变为 $\max z = \lambda CX$ ($\lambda \neq 0$)

$Y^* = (y_1, y_2, \dots, y_k, \dots, y_n)$
 第 k 个约束乘上常数 λ 后
 $Y^* = (y_1, y_2, \dots, \frac{1}{\lambda} y_k, \dots, y_n)$
 $Y^* = \lambda (y_1, y_2, \dots, y_n)$