

# 深圳大学 2011 年硕士研究生入学考试初试试题

(答题必须写在答题纸上, 写在本试题纸上无效)

专业: 理论物理

考试科目代码: 914 考试科目名称: 量子力学

一、 回答下列问题: (每小题 9 分, 共 72 分)

1) 利用电子干涉实验, 可以证明微观粒子具有波动性还是粒子性? 微观粒子的波动性是大量微观粒子的统计特性还是单个微观粒子的固有特性, 在实验中是怎样验证的?

2) 一维谐振子在  $t=0$  时处在归一化波函数为  $\psi(x,0) = \sqrt{\frac{1}{5}}\psi_0(x) + \sqrt{\frac{1}{2}}\psi_2(x) + C_3\psi_3(x)$  所描写的态中, 式中  $\psi_n(x)$  是谐振子的能量本征函数, 求: (1)  $C_3$  的数值; (2)  $t>0$  时系统的波函数。

3) 一个自旋为  $\hbar/2$  的粒子处在  $S_z$  的本征态  $\chi_{\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  上, 证明:

$$\overline{(\Delta S_x)^2} = \overline{S_x^2} - \overline{S_x}^2 = \frac{\hbar^2}{4}.$$

4) 一个量子系统在  $t=0$  时刻的波函数  $\psi(\vec{r},0)$  和在任意时刻的波函数  $\psi(\vec{r},t)$  可以通过一个幺正变换  $\hat{U}(t)$  相联系, 即  $\psi(\vec{r},t) = \hat{U}(t)\psi(\vec{r},0)$ 。利用薛定谔方程证明:  $\hat{U}(t)$  满足如下方程:  $i\hbar \frac{\partial \hat{U}(t)}{\partial t} = \hat{H}\hat{U}(t)$ , 其中  $H$  是系统的哈密算符。

5) 对于全同粒子体系, 由于交换任意两个粒子, 体系的状态\_\_\_\_\_, 因此全同粒子体系的状态只能用\_\_\_\_\_波函数和\_\_\_\_\_波函数来描述。(请将答案写在答题纸上)

6) 证明: 泡利算符满足  $\sigma_x \sigma_y \sigma_z = i$ 。

7) 对于一个量子力学系统, 取两个不同的表象, 则:

(1)、两个不同的表象, 通过什么算符相联系?

(2)、在不同的表象中, 不变的量有:

(a) 力学量的表示; (b) 体系的状态; (c) 力学量的本征值;

(d) 两个波函数的内积; (e) 力学量的平均值。

8) 电子在均匀电场  $\vec{E} = (0,0,\varepsilon)$  中运动, 哈密顿量为  $H = \frac{\hat{p}^2}{2m} - e\varepsilon z$ , 分析动量的三个分量

$p_x, p_y, p_z$  哪些是守恒量。

## 二、 (本题 26 分)

设具有一定能量  $E < 0$ 、质量  $m$  的粒子被束缚在  $V(x) = -\gamma\delta(x)$  的势阱中, 式中  $\gamma > 0$  且为常数。回答下列问题:

- 1) 对一维定态问题, 设  $V(x)$  具有空间反射不变性,  $V(x) = V(-x)$ , 证明, 对于无简并态下的某能量  $E$ , 波函数具有确定的宇称;
- 2) 对上面  $\delta$  势阱的束缚态问题, 求解薛定谔方程, 详细讨论波函数的宇称问题。

## 三、 (本题 26 分)

- 1) 证明 Hellmann - Feynman 定理 (下称 HF 定理): 设体系的 Hamilton 量  $H$  中含有某参量  $\lambda$ ,

$$\psi_n \text{ 和 } E_n \text{ 是 } \hat{H} \text{ 的归一的束缚态本征函数和本征值 (} n \text{ 为一组量子数), 则: } \frac{\partial E_n}{\partial \lambda} = \left\langle \frac{\partial \hat{H}}{\partial \lambda} \right\rangle;$$

(式中,  $\langle \hat{A} \rangle$  表示  $\hat{A}$  在  $\psi_n$  下的平均值)

- 2) 利用 HF 定理证明, 对类氢原子定态有:  $\left\langle \frac{\hat{p}^2}{2\mu} \right\rangle = -\frac{1}{2} \langle \hat{V} \rangle$ 。

## 四、 (本题 26 分)

设哈密顿算符在自身表象中的矩阵形式为:  $\begin{pmatrix} E_1 & \alpha \\ \alpha & E_2 + \beta \end{pmatrix}$ , 其中,  $\alpha, \beta \ll E_1 < E_2$ ,  $\alpha, \beta$  为实数。

- 1) 用微扰法求能级至二级修正;
- 2) 求准确的能级值;
- 3) 比较 1) 和 2) 的结果, 给出 1) 中近似的准确度, 讨论微扰成立条件。