

## 2012 年华南师范大学高等代数考研试题（回忆版）

本试题由 kaoyan.com 网友 zhe-ping 提供

### 1. 定义

- (1)  $Ax = 0$  的基础解系
- (2) 矩阵的本征向量空间
- (3) 缺
- (4) 缺
- (5) 二次型  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  的典范型
- (6) 正定矩阵

### 2. 证明: $n$ 次多项式最多不能超过 $n$ 个根

(反证法, 其截短的系数矩阵是类似于 Vandermonder 矩阵)

### 3. 单位基 $e_1, e_2, e_3, e_4, V$ 中线性变换 $p, p(e_1), p(e_2), p(e_3), p(e_4)$ (具体数值记不得),

求

$\text{Im}(p)$  及  $\text{Ker}(p)$

(实质求  $p$  对应的矩阵  $A$  的解空间以及  $A$  的行向量空间)

### 4. 已知 $a+\sqrt{c}$ 是 $f(x)$ 的一个根, $f(x)$ 属于 $\mathbb{Q}[x]$

证明 (1)  $(x-(a+\sqrt{c}))(x-(a-\sqrt{c})) \mid f(x)$

(2) 已知  $1+\sqrt{2}, 1+i$  是首一多项式  $g(x)$  的根,  $g(x)$  属于  $\mathbb{Q}[x]$ , 求  $g(x)$ .

(思路将  $f_1(\sqrt{c})=f(a+\sqrt{c})=q_1+q_2\sqrt{c}$ ,

$f_1(\sqrt{c})=f(a+\sqrt{c})=q_1-q_2\sqrt{c}=0$ . 第二问题类似)

### 6. 矩阵 $A$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & x \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

当  $x$  为何值时,  $A$  可对角化.

### 8. 已知 $A$ (4 阶矩阵, 数值记不清), $Ax=0$ 的解空间为 $W$ , 求 $W$ 的正交空间的一个标准正交基.

(实质是求  $A$  的行向量空间的一个标准正交基)

### 9. $V$ 中的两个线性变换 $p, q, p$ 有 $n$ 个相异的本征值, 证明 $p$ 的特征向量就是 $q$ 的特征向量的充要条件是 $p q = q p$ .

(证明必要性时注意到两个对角矩阵可以交换即可,

$$p q(e_1, \dots, e_n)(x_1, \dots, x_n)' = q p(e_1, \dots, e_n)(x_1, \dots, x_n)',$$

证明充分性时, 只须设  $q$  在  $p$  的特征向量  $e_1, \dots, e_n$  下矩阵  $A$ , 然后利用等式得出  $A$  是对角阵)

以上试题来自 kaoyan.com 网友的回忆, 仅供参考, 纠错请发邮件至 suggest@kaoyan.com。