411

华南理工大学
2000年攻读硕士学位研究生入学考试试卷

（试卷上做答无效，请在答题纸上做答，试后本卷必须与答题纸一同交回）

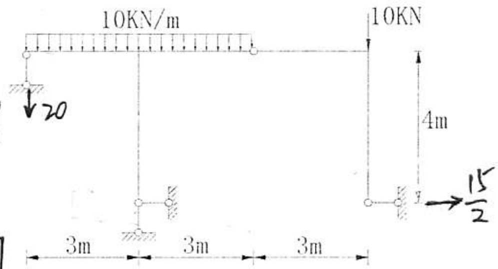
科目名称：结构力学

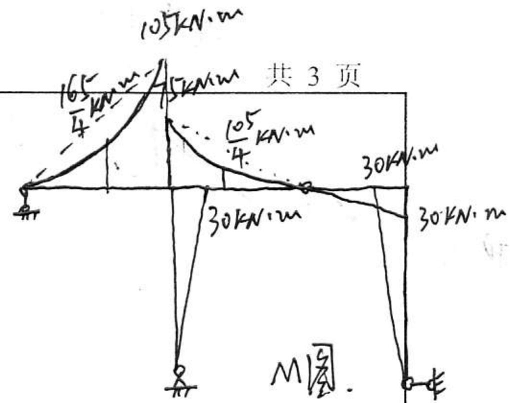
适用专业：工程力学　结构工程　　　　　　　　　　　　　　　共 3 页

作静定结构弯矩图的题，首要任务是分清基本结构和附属结构

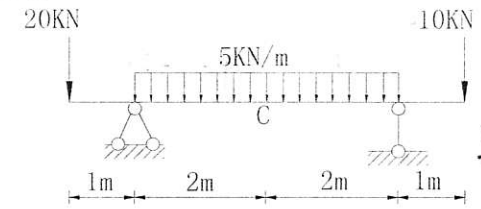
由附属结构 → 基本结构

一、作图示结构的 M 图。（12 分）

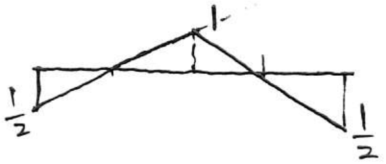




二、作图示梁 M_c 的影响线，并利用影响线求图示荷载下的 M_c 值。（12 分）



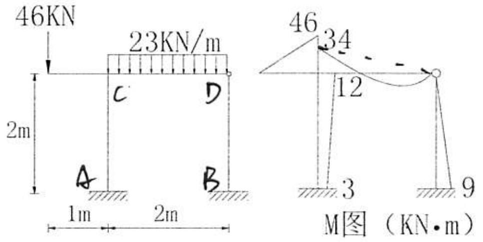
机动法直接得到.



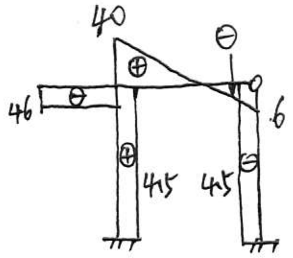
$M_c = 20\times\frac{-1}{2} + 10\times\frac{-1}{2} + \frac{1}{2}\times4\times1\times5 = -5\ kN\cdot m$

（上侧受拉）

三、图 b 是图 a 的 M 图，试作 Q 图。（12 分）



（a）　　　　M图（KN·m）（b）



(1) 段荷载求法：

$\frac{dM}{dx}=Q,\ \frac{d^2M}{dx^2}=-23$

$M=-\frac{23}{2}x^2+C_1x+C_2$

$\frac{dM}{dx}=Q=-23x+C_1$

边界条件：$x=0,\ M=-34$；$x=2,\ M=0$

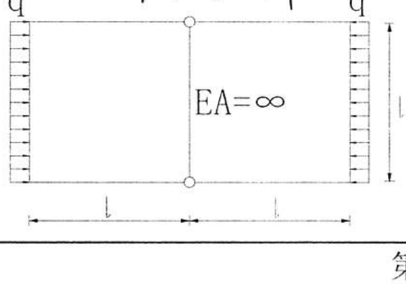
代入得 $C_1=40$

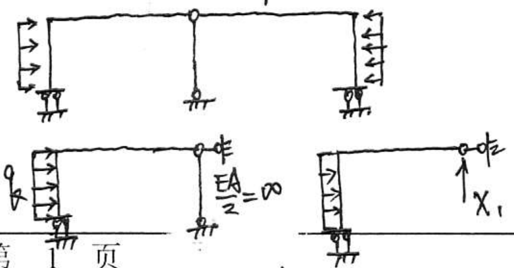
$Q|_{x=0}=40$

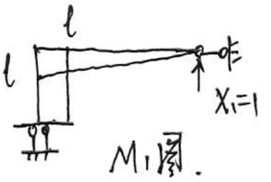
$Q|_{x=2}=-6$

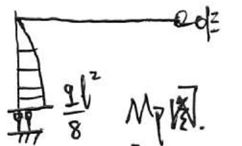
四、已知 EI=常数，试用力法计算并作图示对称结构的 M 图。（15 分）

对称结构采用对称的方法求解，取半结构.









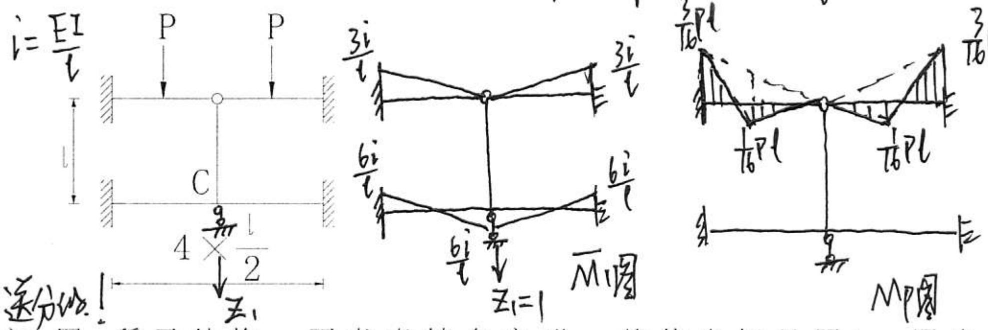
力法方程：$\delta_{11}\cdot X_1+\Delta_{1p}=0$　　其中：$\delta_{11}=(\frac{1}{2}\times l\times l+\frac{1}{2}\cdot l\cdot l\cdot\frac{2}{3}l)\cdot\frac{1}{EI}=\frac{5l^3}{6EI}$

$X_1=-\frac{ql}{20}$（↓）　　$\Delta_{1p}=(\frac{2}{3}\cdot\frac{l}{2}\cdot\frac{ql^2}{8}\cdot l)\frac{1}{EI}=\frac{ql^4}{24EI}$

$M=\bar{M}_1\cdot X_1+M_p$　作 M 图.　（注：求得的 X_1 为链杆实际轴力的一半）

五、已知图示结构C点线位移为$Pl^3/48EI$（↓），EI=常数，作M图。（12分） 此题考位移法. C结点并无转角，只有竖向线位移.

$i=\frac{EI}{l}$



$M=\overline{M}_1 Z_1+M_P$

其中 $Z_1=\frac{Pl^3}{48EI}$ (↓)

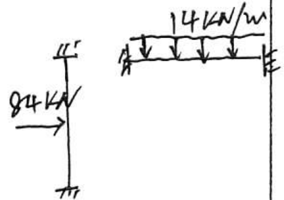
可作得M图.

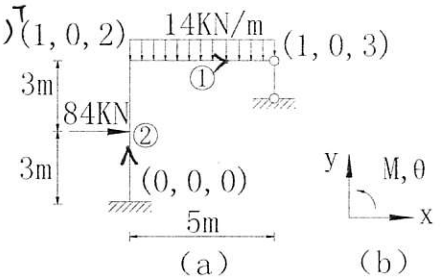
矩阵位移法的题是送分的!

六、图a所示结构，不考虑轴向变形，整体坐标见图b，图中圆括号内数码为结点定位向量（力和位移均按水平、竖直、转动方向顺序排列），求等效结点荷载列阵$\{P_E\}$。（12分）

$\lambda^{②}=(1,0,2,1,0,3)^T$

$\lambda^{①}=(0,0,0,1,0,2)^T$





（a）　（b）

$F_P^{①}=(-42,0,63,-42,0,-63)^T$

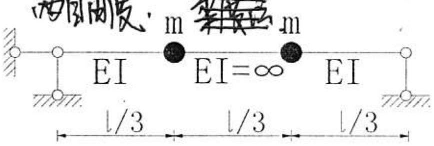
$F_P^{②}=(0,35,\frac{175}{6},0,35,-\frac{175}{6})^T$

$\{F_P\}=(-42,-\frac{203}{6},-\frac{175}{6})^T$

$$\{P_E\}=-\{F_P\}=\begin{array}{c c}\begin{bmatrix}42\\ \frac{203}{6}\\ \frac{175}{6}\end{bmatrix} & \begin{array}{c}1\\2\\3\end{array}\end{array}$$

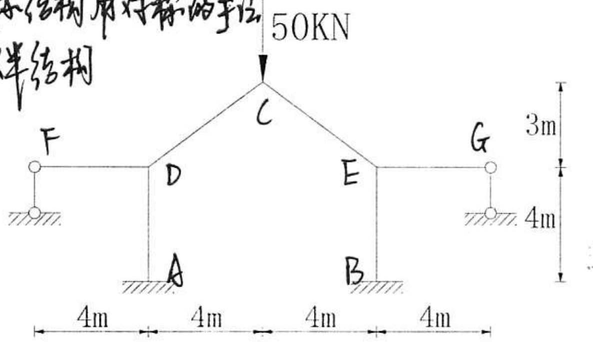
七、求图示具有刚性段的梁的自振频率及主振型，并画出主振型形状，杆件分布质量不计。（12分）

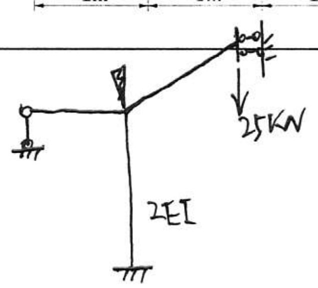
两自由度



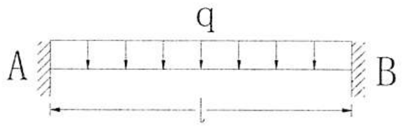
八、用位移法作图示结构的M图，设两竖柱抗弯刚度为2EI，其余各杆为EI。（13分）

对称结构用对称的手法取半结构

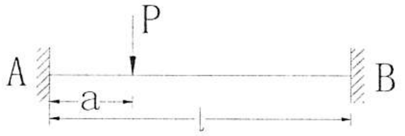




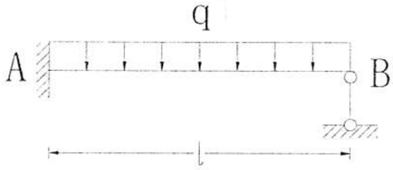
参考资料:



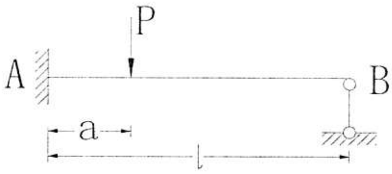
$M_{AB}=-M_{BA}=-\frac{1}{12}ql^2$



$M_{AB}=-\frac{Pa(l-a)^2}{l^2}$，$M_{BA}=\frac{Pa^2(l-a)}{l^2}$



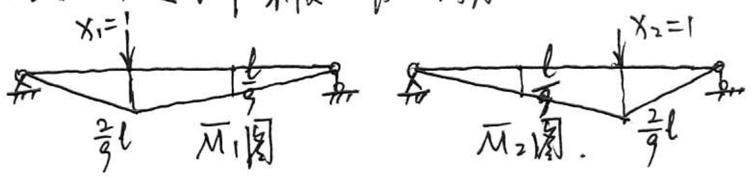
$M_{AB}=-\frac{ql^2}{8}$



$M_{AB}=-\frac{Pb(l^2-b^2)}{2l^2}$，$b=l-a$

$a=b=\frac{l}{2}$ 时　$M_{AB}=-\frac{P\cdot\frac{l}{2}(l^2-\frac{l^2}{4})}{2l^2}=\frac{-P\cdot\frac{3}{8}l^3}{2l^2}=\frac{-3}{16}Pl$

第七题：本题采用柔度法较为简便.



$$\delta_{11}=\delta_{22}=\frac{1}{EI}\left(\frac{1}{2}\times\frac{l}{3}\times\frac{2}{9}l\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{9}l+\frac{1}{2}\times\frac{l}{3}\times\frac{l}{9}\times\frac{2}{3}\times\frac{l}{9}\right)=\frac{5l^3}{729EI}$$

$$\delta_{12}=\delta_{21}=\frac{1}{EI}\left(\frac{1}{2}\times\frac{l}{3}\times\frac{2}{9}l\times\frac{2}{3}\times\frac{l}{9}\right)\times2=\frac{4l^3}{729EI}$$

（图乘时不计刚性段，请思考为什么？用位移计算公式的原理解释之）

振动方程：
$$\begin{cases}-m\ddot{y}_1\delta_{11}-m\ddot{y}_2\delta_{12}=y_1\\-m\ddot{y}_1\delta_{21}-m\ddot{y}_2\delta_{22}=y_2\end{cases}\qquad\begin{cases}y_1=A_1\sin(\omega t+\alpha)\\y_2=A_2\sin(\omega t+\alpha)\end{cases}$$

代入

$$\begin{cases}A_1\omega^2m\delta_{11}+A_2\omega^2m\delta_{12}=A_1\\A_1\omega^2m\delta_{21}+A_2\omega^2m\delta_{22}=A_2\end{cases}\qquad\begin{cases}(\omega^2m\delta_{11}-1)A_1+\omega^2m\delta_{12}A_2=0\quad\cdots\cdots(1)\\\omega^2m\delta_{21}A_1+(\omega^2m\delta_{22}-1)A_2=0\quad\cdots\cdots(2)\end{cases}$$

A_1，A_2不全等于0，∴ 系数行列式
$$\begin{vmatrix}\omega^2m\delta_{11}-1 & \omega^2m\delta_{12}\\\omega^2m\delta_{21} & \omega^2m\delta_{22}-1\end{vmatrix}=0$$

由此解得：$\omega_1^2=\frac{1}{m(\delta_{11}-\delta_{12})}$，$\omega_2^2=\frac{1}{m(\delta_{11}+\delta_{12})}$ 回代到(1)式或(2)式可得 $\frac{A_{11}}{A_{21}}$ 和 $\frac{A_{12}}{A_{22}}$

第八题：前往：

力法系数和自由项：$\delta_{11}=\frac{l}{6EI}(2\cdot l\sin\alpha\cdot l\sin\alpha)=\frac{l^3\sin^2\alpha}{3EI}$　$\delta_{12}=\delta_{21}=-\frac{1}{EI}\left(\frac{l\sin\alpha}{2}\cdot l\times1\right)=-\frac{l^2\sin\alpha}{2EI}$

$\delta_{22}=1\cdot l\cdot1\cdot\frac{1}{EI}=\frac{l}{EI}$　$\Delta_{1p}=\frac{l}{6EI}(-2l\sin\alpha\cdot pl\cos\alpha)=\frac{-pl^3\sin2\alpha}{6EI}$

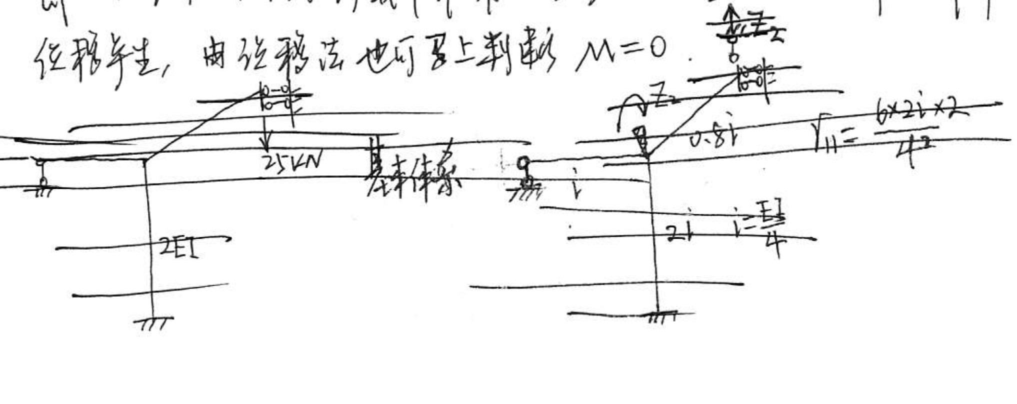
$\Delta_{2p}=\frac{1}{EI}\left(\frac{1}{2}\cdot pl\cos\alpha\cdot l\cdot1\right)=\frac{pl^2\cos\alpha}{2EI}$

$\delta_{11}\cdot X_1+\delta_{12}\cdot X_2+\Delta_{1p}=0\quad\cdots(1)$　　$\delta_{21}\cdot X_1+\delta_{22}\cdot X_2+\Delta_{2p}=0\quad\cdots(2)$

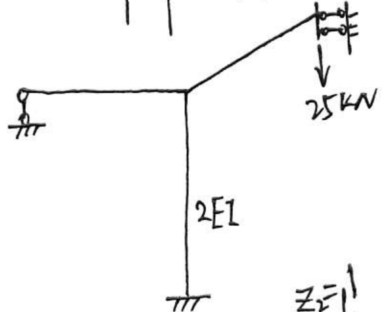
$X_1=p\cot\alpha$　　$X_2=0$　　$M=X_1\cdot\overline{M}_1+X_2\cdot\overline{M}_2+M_p=0$

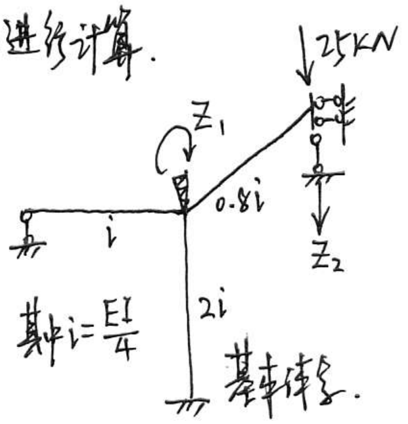
即(a)结构在所示荷载P作用下无弯矩. 直观的理解为 杆件两端无位移产生，由位移法也可马上判断 $M=0$.

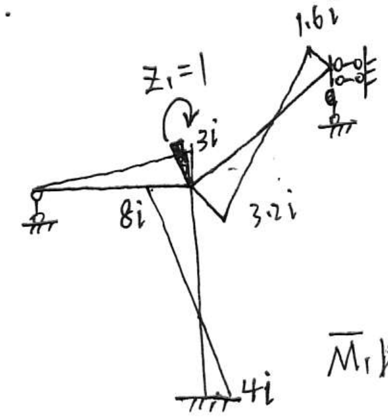
~~原结构取本：~~



第八题详解：取原结构一半进行计算.

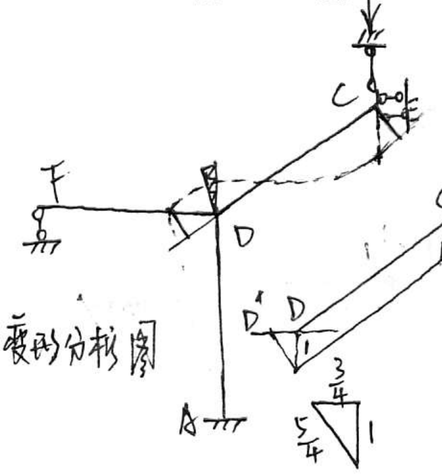


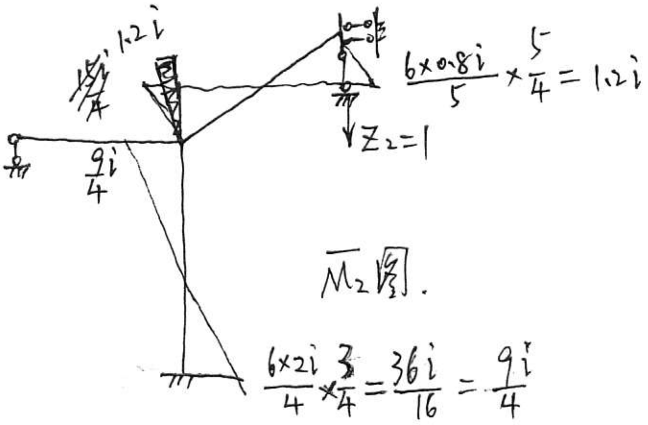




(请思考为何是 $3.2i$ 和 $1.6i$)

$\overline{M}_1$ 图.





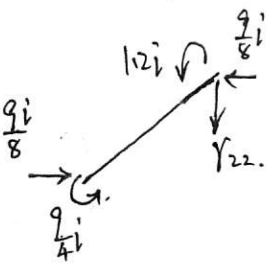
$\overline{M}_2$ 图.

M_P 图为 0

系数和自由项： $r_{11}=3i+8i+3.2i=14.2i$ $\quad r_{12}=r_{21}=\frac{9i}{4}-1.2i=1.05i$

$r_{22}=1.70625i$

$r_{1P}=0 \quad r_{2P}=-25$



$\frac{9}{4}i+1.2i+\frac{9}{8}i\times3=r_{22}\times4$

$r_{22}=1.70625i$

位移法典型方程：

$$\begin{cases} r_{11}\cdot Z_1+r_{12}\cdot Z_2+r_{1P}=0 \\ r_{21}\cdot Z_1+r_{22}\cdot Z_2+r_{2P}=0 \end{cases}$$

$Z_1=-1.135i$

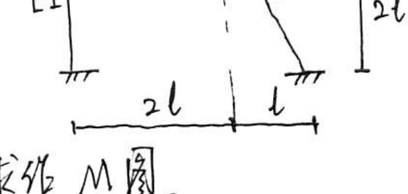
$Z_2=15.351i$

$M=Z_1\cdot\overline{M}_1+Z_2\cdot\overline{M}_2+\underbrace{M_P}_{=0}$ 可作得M图.

申明：此题答案正确与否有待探讨，
但分析过程无误.

非直角杆件体系变形分析是重点：

例：



求作 M图.