

一、判断下列命题的正误，如果正确在()号内打“√”，如果不正确，在()内打“×”。(10分)

1. 若  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$ , 则  $\vec{a} = \vec{0}$  或  $\vec{b} = \vec{0}$  ( )

2. 若  $\vec{a} \neq \vec{0}, \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$ , 则  $\vec{b} = \vec{c}$  ( )

3.  $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$  ( )

4. 两个相等矢量一定平行。 ( )

5. 若  $\vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} + \vec{c} \times \vec{a} = \vec{0}$ , 则  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  共面。 ( )

二、已知  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{m}_1, \vec{m}_2$  为四个共面向量，且  $\vec{m}_1$  与  $\vec{m}_2$  不共线，如果  $\vec{a} \cdot \vec{m}_i = \vec{b} \cdot \vec{m}_i$  ( $i=1,2$ )，证明： $\vec{a} = \vec{b}$ 。(10分)

三、已知  $\vec{a}$  为单位向量， $\vec{a} + 3\vec{b}$  垂直  $7\vec{a} - 5\vec{b}$ ， $\vec{a} - 4\vec{b}$  垂直于  $7\vec{a} - 2\vec{b}$ ，求  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角。(10分)

四、求直线 L:  $\frac{x+2}{5} = \frac{2-y}{1} = \frac{z+1}{3}$  在平面  $\Pi: 3x+4y+2z-8=0$  上的投影直线的方程。(15分)

五、求平行于平面  $x+y+2z=3$  且与球面  $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 1$  相切的平面方程。(15分)

六、设三平面的方程为：
$$\begin{cases} \pi_1: 2x-3y+z-1=0 \\ \pi_2: x-5y+2z-3=0 \\ \pi_3: 3x-y+\lambda z+\mu=0 \end{cases}$$
 试求满足下列条件的  $\lambda, \mu$  值：

- (1) 三平面交于一点
- (2) 三平面通过同一直线
- (3) 三平面无公共点。(30分)

七、求单叶双曲面  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$  上两条直交母线的交点轨迹。(20分)

八、求过两球面  $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ ,  $(x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 2$  相交圆的直圆柱面的方程。(20分)

九、绘出曲面  $z = \sqrt{25 - x^2 - y^2}$  与  $3(x^2 + y^2) = 16z$  所围成的立体图形。(20分)

