

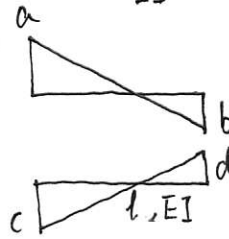
图乘法中, 一个有用的公式(万能公式)

$$\int \frac{\bar{M} M_p}{EI} dx = \frac{l}{6EI} (2ac + 2bd + ad + bc)$$

情况一:



情况二:



说明: ①  $\bar{M}, M_p$  图均为直线

② 情况一, 二均适用

③  $ac, bd, ad, bc$  乘积, 同侧为正, 异侧为负.

811

华南理工大学

2009 年攻读硕士学位研究生入学考试试卷

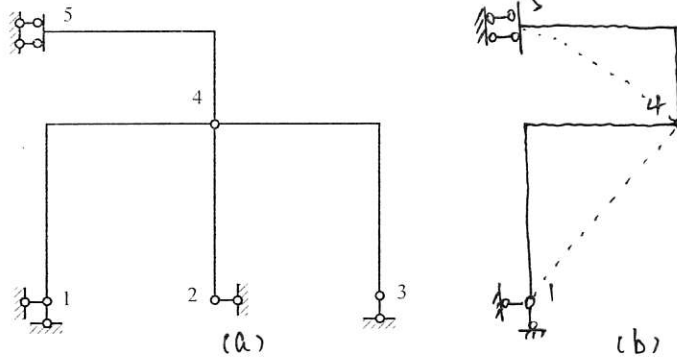
(请在答题纸上作答, 试卷上做答无效, 试后本卷必须与答题纸一同交回)

科目名称: 结构力学

适用专业: 岩土工程, 结构工程, 防灾减灾工程及防护工程, 桥梁与隧道工程

共 3 页

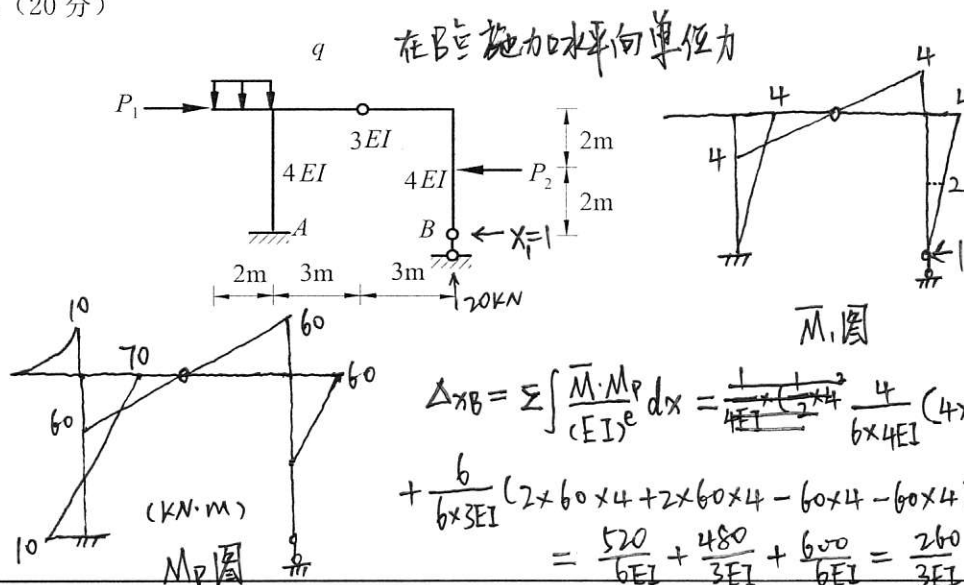
1、计算图示体系的自由度, 试分析其体系的几何组成。(20分)



去除二元体后如图(b), 为静定结构

∴ 自由度: 0 几何组成: 无多余约束的几何不变体系.

2、图示结构,  $P_1 = 50\text{kN}$ ,  $P_2 = 30\text{kN}$ ,  $q = 5\text{kN/m}$ , 试求 B 点的水平线位移。(20分)



在 B 点施加水平向单位力

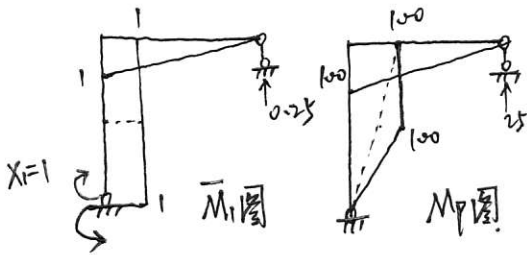
$$\Delta_{XB} = \sum \int \frac{\bar{M} \cdot M_p}{(EI)^e} dx = \frac{1}{4EI} \left( \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \right) \frac{4}{6 \times 4EI} (4 \times 70 \times 2 - 4 \times 10) + \frac{6}{6 \times 3EI} (2 \times 60 \times 4 + 2 \times 60 \times 4 - 60 \times 4 - 60 \times 4) + \frac{4}{6 \times 4EI} (2 \times 4 \times 60 + 2 \times 60)$$

$$= \frac{520}{6EI} + \frac{480}{3EI} + \frac{600}{6EI} = \frac{260}{3EI} + \frac{260}{EI}$$

$$= \frac{1040}{3EI}$$

第 1 页

3. 方法2.



系数和自由项:  $\delta_{11} = \frac{1}{EI} (2 \times 100 \times \frac{1}{2} \times 1 + 2 \times 100 \times 1 + \frac{1}{2} \times 100 \times 4 \times \frac{2}{3}) = \frac{400 + 300}{EI}$

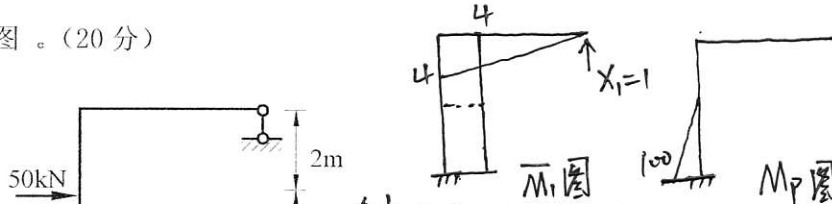
$\delta_{11} = (1 \times 4 \times 1 + \frac{1}{2} \times 1 \times 4 \times \frac{2}{3}) \times \frac{1}{EI} = \frac{4 + \frac{4}{3}}{EI}$

$\Delta_{10} = 0 \quad \Delta_{1\Delta} = -\frac{\Delta}{4}$  加法基本方程:  $X_1 \delta_{11} + \delta_{1P} + \Delta_{10} + \Delta_{1\Delta} = 0$

代入后解得  $X_1 = \frac{25.19 \text{ kN}\cdot\text{m}}{EI} - 69.44 \text{ kN}\cdot\text{m}$

由  $M = X_1 \cdot \bar{M}_1$  可作出  $M$  图.

3、图示刚架除承受荷载外，支座 A 下沉了  $\Delta = 2\text{cm}$ ，且顺时针转动了  $\theta = 0.01\text{rad}$ 。已知  $E = 2.1 \times 10^4 \text{ kN/cm}^2$ ， $I = 2000 \text{ cm}^4$ ，用力法求此刚架的弯矩图。(20分)



系数和自由项:  $\delta_{11} = \frac{1}{EI} (4 \times 4 \times 4 + \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{2}{3} \times 4) = \frac{1}{EI} (64 + \frac{64}{3})$

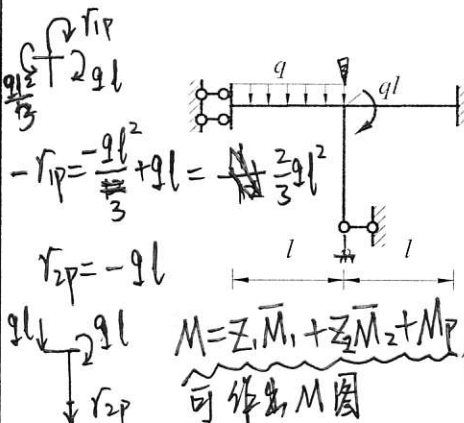
$\Delta_{1P} = \frac{1}{EI} (2 \times 100 \times \frac{1}{2} \times 4) = \frac{400}{EI}$

加法基本方程:  $X_1 \delta_{11} + \Delta_{1P} + \Delta_{1\theta} + \Delta_{1\Delta} = 0$

$\Delta_{1\theta} = 4\theta$ ;  $\Delta_{1\Delta} = \Delta$

代入后解得:  $X_1 = \frac{7.64 \text{ kN}}{EI}$  由  $M = X_1 \cdot \bar{M}_1 + M_P$  可作出  $M$  图.

4、用位移法作图示结构  $M$  图。  $EI = \text{常数}$ 。(15分)



$r_{1P} = \frac{2ql^2}{3}$

$r_{1P} = \frac{2ql^2}{3} + ql = \frac{2ql^2}{3}$

$r_{2P} = -ql$

$r_{2P} = -ql$

$r_{2P} = -ql$

$M = Z_1 \bar{M}_1 + Z_2 \bar{M}_2 + M_P$  可作出  $M$  图

解得  $Z_1 = \frac{9l^2}{30i}$

$Z_2 = \frac{9l^3}{15i}$

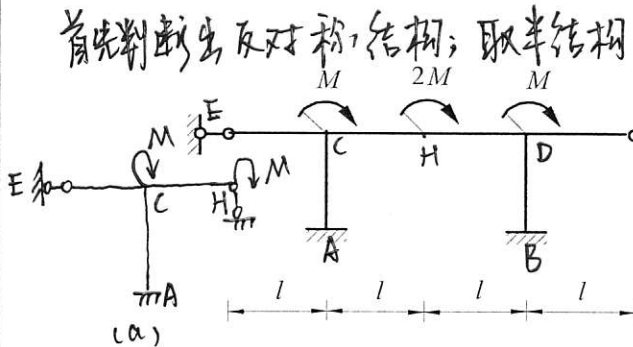
位移法典型方程:

$r_{11} Z_1 + r_{12} Z_2 + r_{1P} = 0$

$r_{21} Z_1 + r_{22} Z_2 + r_{2P} = 0$

$\begin{pmatrix} 8i & \frac{6i}{l} \\ \frac{6i}{l} & 12i/l^2 \end{pmatrix} Z = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} 9l^2 \\ 9l \end{pmatrix}$

5、用力矩分配法计算图示结构，并作  $M$  图。(  $EI = \text{常数}$  ) (20分)



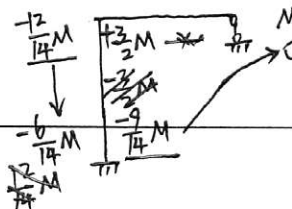
首先判断出反对称结构，取半结构如 (a) 图所示。

分配系数:  $\mu_{CE} = 0$ ,  $\mu_{CH} = \frac{3i}{3i + 4i + 0} = \frac{3}{7}$

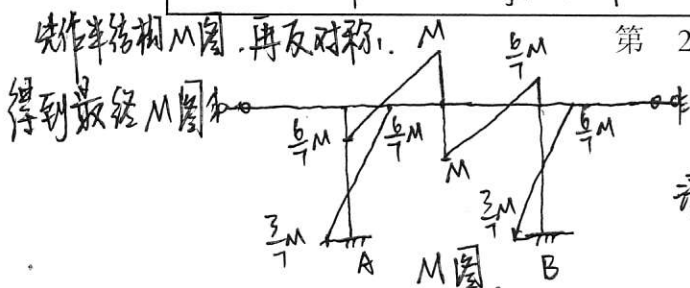
$\mu_{CA} = \frac{4}{7}$

固端弯矩:  $M_C = +M + \frac{M + 3M}{2} = \frac{3M}{2}$

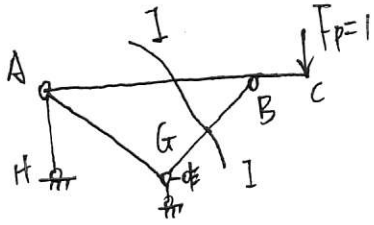
虽然  $C-E$  杆存在竖向侧移，但并不分配弯矩



	AC	CA	CH	HC
M	3M/2	4M/7	3M/7	3M/7
MF	0	0	3M/2	M
	$-\frac{3M}{7}$	$-\frac{6M}{7}$	$-\frac{9M}{14}$	0
	$-\frac{3}{7}M$	$-\frac{6}{7}M$	$\frac{6}{7}M$	M

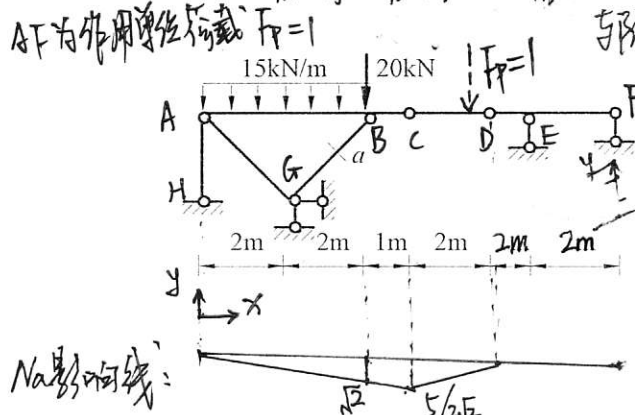


请思考，两端无支杆，情况如何能否用力矩分配法 (能)!



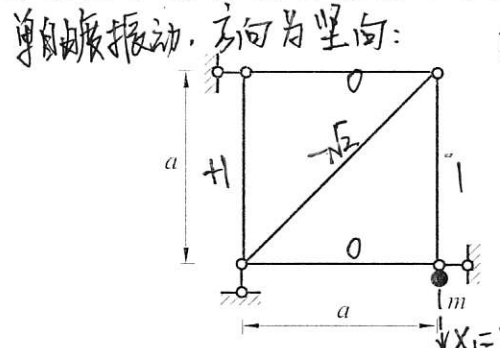
令  $F_p=1$  作用于 C 结点。C 结点以左为主体结构，以右为附属。  
 故取左图计算  $N_a$ ，沿 I-I 截开  
 对 A 结点取矩： $\sum M_A = N_a \times 2\sqrt{2} + 1 \times 5 = 0$   
 $N_a = -\frac{5}{2\sqrt{2}}$  即： $y_c = -\frac{5}{2\sqrt{2}}$   
 在题目给出的荷载作用下： $N_a = 15 \times (-\frac{1}{2} \times 4 \times \sqrt{2}) + 20 \times (-\sqrt{2})$   
 $= -50\sqrt{2} \text{ kN}$

6、作出  $N_a$  影响线，并利用  $N_a$  影响线求图示荷载作用下  $N_a$  的值。(20分)



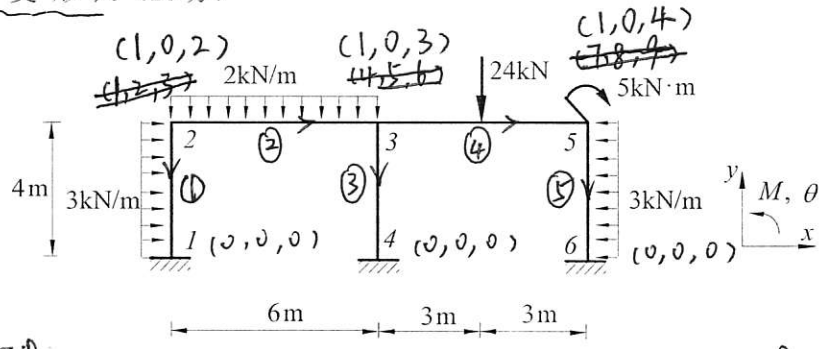
首先判断图示结构为静定，然后观察其特点，分清主体结构与附属结构，此为常规作法  
 静力学的首要步骤  
 但此题采用联合法更为简单!!!  
 截开 a 截面，使其发生微小位移  $\delta_a$ ，由此引发  $F_p=1$  作用点处位移  $\delta_p$  虚功方程  $N_a \delta_a + 1 \times \delta_p = 0$   
 $N_a = -\frac{\delta_p}{\delta_a}$ ，由此可得到  $N_a$  的大致形状。  
 现只须确定坚距  $y_c$

7、试求图示桁架的自振频率。 $EI = \text{常数}$ 。(15分)



用柔度法求解。先求柔度系数  $\delta_{11}$   
 $\delta_{11} = \sum \int \frac{F_N^2}{EA} dx = \sum \frac{F_N^2 l}{EA} = \frac{4a}{EA} \frac{2(a+\sqrt{2}a)}{EA}$   
 振动方程： $-m\ddot{y} \cdot \delta_{11} = y$   $y + m\delta_{11}\ddot{y} = 0$   
 $\ddot{y} + \frac{1}{m\delta_{11}}y = 0$   $\omega^2 = \frac{1}{m\delta_{11}} = \frac{EA}{2ma(1+\sqrt{2})}$   
 自振频率  $\omega = \sqrt{\frac{EA}{2(1+\sqrt{2})ma}}$

8、求图示刚架对应于自由结点位移的荷载列阵  $\{P\}$ 。(不考虑轴向变形)。(20分)



$\lambda^{(1)} = (1, 0, 2, 0, 0, 0)^T$   $F_p^{(1)} = (-6, 0, -4, -6, 0, 4)^T$   $\lambda^{(2)} = (1, 0, 2, 1, 0, 3)^T$   $F_p^{(2)} = (0, 6, 6, 0, 6, -6)^T$   
 $\lambda^{(3)} = (1, 0, 3, 0, 0, 0)^T$   $F_p^{(3)} = 0$   $\lambda^{(4)} = (1, 0, 3, 1, 0, 4)^T$   $F_p^{(4)} = (0, 12, 18, 0, 12, -18)^T$   
 集中力偶计入单元⑤  $\lambda^{(5)} = (1, 0, 4, 0, 0, 0)^T$   $F_p^{(5)} = -F_p^{(4)} + (0, 0, 5, 0, 0, 0)^T = (6, 0, 9, 6, 0, -4)^T$   
 根据定位向量合成得  $\{P\} = (0, 2, 12, -9)^T$  题目要求的答案为： $\{P\} = (2, 12, -9)^T$   
 $\Delta_1$   $\theta_2$   $\Delta_2$   $\theta_3$   $\Delta_3$   $\theta_5$