

华南理工大学

2009年攻读硕士学位研究生入学考试试题

(请在答题纸上做答, 试卷上做答无效, 试后本卷必须与答题纸一同交回)

科目名称: 概率论

适用专业: 概率论与数理统计

共 2 页

1, (15 分)

(1) 已知 $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.6$, $P(B|A) = 0.8$. 试求 $P(A|B)$.(2) 已知 $P(\bar{A}) = 0.3$, $P(B) = 0.4$, $P(A\bar{B}) = 0.5$. 试求 $P(B|A \cup \bar{B})$.

2, (15 分)

(1) 罐中有 12 颗围棋, 其中 8 颗白子 4 颗黑子, 若从中任取 3 颗, 求取到两颗白子、一颗黑子的概率.

(2) 连续投掷一枚均匀硬币 10 次, 求其中恰有 3 次是正面的概率.

3, (15 分) 设 (ξ, η) 的联合分布密度函数为:

$$f(x, y) = \begin{cases} xe^{-x} \frac{1}{(1+y)^2}, & x > 0, y > 0; \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$$

1) 试求 ξ 和 η 的边缘分布密度函数;2) 试求 ξ 和 η 条件分布密度函数;3) 试问 ξ 和 η 是否独立?4, (15 分) 设随机变量 X 的密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{8}x^2, & \text{如果 } 0 < x < 2; \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$$

试求 X 和 $\frac{1}{X^2}$ 的数学期望.5, (15 分) 设随机向量 (X, Y) 联合概率函数为

$X \setminus Y$	-2	2
-1	1/4	1/4
1	1/4	1/4

1) 试求 X 及 Y 的边缘概率函数;2) 试求 X 与 Y 的协方差 $\text{Cov}(X, Y)$, 试问 X 与 Y 是否相关?

6, (20 分) 1) 设随机变量 ξ, η 相互独立, 分别服从参数为 λ_1 和 λ_2 的泊松 (Poisson) 分布. 试证 $\xi + \eta$ 服从泊松分布.

2) 设随机变量 X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 相互独立, 且 X_k 服从参数为 k 的泊松 (Poisson) 分布 $P(k), k = 1, 2, 3, 4, 5$, 试确定 $\sum_{k=1}^5 X_k$ 的分布列 (概率函数).

7, (25 分) 设随机变量 $\xi \sim N(0, 1)$, ξ_1, ξ_2 相互独立且与 ξ 同分布.

(1) 试求 $\eta = \xi^2$ 的分布密度函数;

(2) 试问 $\zeta = \xi_1^2 + \xi_2^2$ 服从何种分布? 为什么?

8, (15 分) 设随机变量 X_1, X_2, \dots, X_n 独立同分布, 且

$$P(X_k = 1) = a > 0, \quad P(X_k = -1) = 1 - a, \quad k = 1, 2, \dots, n.$$

试证

$$P\left(a - 1 < \frac{1}{2n} \sum_{k=1}^n X_k < a\right) \geq \frac{n-1}{n}.$$

9, (15 分) 某保险公司多年的统计资料表明, 在索赔中被盗索赔户占 20%, 以 X 表示在随机抽查的 100 个索赔户中, 因被盗向保险公司索赔的户数. 求被盗索赔户不少于 14 户且不多于 30 户的概率的近似值.

(附: 记 $\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\{-\frac{t^2}{2}\} dt$, 则 $\Phi(1.5) = 0.9332, \Phi(2.5) = 0.9938$.)