

华南理工大学
2010 年攻读硕士学位研究生入学考试试卷

（请在答题纸上做答，试卷上做答无效，试后本卷必须与答题纸一同交回）

科目名称：系统工程基础综合

适用专业：系统工程

共 2 页

一、（20 分）按要求计算下列各题的概率：

（1）将 3 个球随机放入 4 个杯子中，求杯子中球的最大个数分别为 1、2、3 的概率。

（2）已知 $P(\bar{A})=0.3$ ， $P(B)=0.4$ ， $P(A\bar{B})=0.5$ ，试求条件概率 $P(B|A\cup\bar{B})$ 。

二、（15 分）设 K 在 $(0,5)$ 内服从均匀分布，求下列关于 x 的方程：

$$4x^2 + 4Kx + K + 2 = 0$$

有实根的概率。

三、（20 分）若随机变量 ξ 服从几何分布： $P(\xi = k) = pq^k$ ， $(k = 0, 1, 2, \dots)$ ，

其中： $0 < p < 1$ ， $q = 1 - p$ 。求 ξ 的特征函数 $f(t)$ ，数学期望 $E(\xi)$ 和方差 $D(\xi)$

四、（20 分）设 $\{\xi_n\}$ 为独立随机变量序列

（1）针对序列 $\{\xi_n\}$ ，叙述使中心极限定理成立的 Lindeberg 条件；

（2）若对每个 $k \geq 1$ ，序列 ξ_k 服从区间 $(-\sqrt{k}, \sqrt{k})$ 上的均匀分布，证明： $\{\xi_n\}$ 满足中心极限定理。

五、(20分) 求解如下微分方程

(1) $y^3 y'' = 1$;

(2) $y dx - (4x^2 y + x) dy = 0$;

(3) $(2x \sin y + 3x^2 y) dx + (x^3 + x^2 \cos y + y^2) dy = 0$ 。

六、(17) 考虑双参数函数族:

$$y = C_1 e^{-x} + C_2 x e^{-x}$$

其中, C_1, C_2 为任意常数。求

(1) 该函数族所满足的微分方程;

(2) 相应的特征方程;

(3) 极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} [y^2 + (y'_x)^2]$ 。

七、(18分) 考虑线性非齐次方程组

$$\begin{cases} \dot{x} = y - 5 \cos t \\ \dot{y} = 2x + y \end{cases}$$

(1) 求该方程组的通解;

(2) 求该方程组的有界解。

八、(20分) 求出方程

$$\ddot{x} + 3\dot{x} + 6x = \sin \omega t$$

的周期解, 并求其振幅及振幅最大值。