

华南理工大学
2011 年攻读硕士学位研究生入学考试试卷

(请在答题纸上做答, 试卷上做答无效, 试后本卷必须与答题纸一同交回)

科目名称: 量子力学

适用专业: 凝聚态物理

本卷满分: 150 分

共 2 页

(共 5 大题, 每题 30 分)

1. 粒子的一维运动满足薛定谔方程:
$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + V\Psi。$$

(1) 若 $\Psi_1(x,t)$ 和 $\Psi_2(x,t)$ 是薛定谔方程的两个解, 证明 $\int_{-\infty}^{+\infty} \Psi_1^*(x,t)\Psi_2(x,t)dx$ 与时间无关。

(2) 若势能 V 不显含时间 t , 用分离变数法导出不含时的薛定谔方程, 并写出含时薛定谔方程的通解形式。

2. 考虑一维双 δ 势阱: $V(x) = -V_0[\delta(x+a) + \delta(x-a)]$, 其中 $V_0 > 0$, $a > 0$ 。

(1) 推导在 $x = a$ 处波函数的连接条件。

(2) 对于偶宇称的解, 即 $\psi(-x) = \psi(x)$, 求束缚态能量本征值满足的方程, 并用图解法说明本征值的数目。

3. (1) 对于任意的厄米算符, 证明其本征值为实数。

(2) 证明厄米算符属于不同本征值的本征函数彼此正交。

(3) 对于角动量算符 $L_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi}$, 证明它是厄米算符, 并且求解其本征方程。

4. 已知氢原子的径向波函数 $R_{21} = Ar \exp\left(-\frac{r}{2a}\right)$, 其中 a 为波尔半径。

(1) 求归一化常数 A 。

(2) 已知连带勒让德函数 $P_1^0 = \cos \theta$, $P_1^1 = \sin \theta$, 求氢原子的归一化本征函数 ψ_{210} ,

ψ_{211} , ψ_{21-1} 。

(3) 对于本征态 ψ_{21-1} , 其对应的能量、角动量、角动量 z 分量各是多少?

5. 粒子在二维无限深势阱中运动, $V(x, y) = \begin{cases} 0, & 0 < x < a, 0 < y < a \\ \infty, & \text{其他区域} \end{cases}$ 。

(1) 写出本征能量和本征波函数。

(2) 若粒子受到微扰 $H' = \lambda xy$ 的作用, 求基态和第一激发态能级的一级修正。