

华南理工大学

2011 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

(请在答题纸上作答, 试卷上作答无效, 试后本卷必须与答题纸一同交回)

科目名称: 概率论

适用专业: 概率论与数理统计

本卷满分: 150 分

共 2 页

1, (10 分) 设 A 、 B 为两个随机事件, 且 $P(A) = 0.4$, $P(A \cup B) = 0.7$.(1) 已知 A 与 B 互不相容, 试求 $P(B)$;(1) 已知 A 与 B 相互独立, 试求 $P(B)$.2, (15 分) 设有 mn 个球, 其中除一个白球和一个黑球外, 其余全是红球. 将这些球随意放入 m 个盒子中, 每盒恰好放 n 个球. 试求白球和黑球恰好放在同一个盒子中的概率.

3, (15 分) 设甲袋中有 9 只白球 1 只黑球, 乙袋中有 10 只白球. 每次同时从甲、乙两袋中随机地各取一球并交换后放回两袋中, 重复两次, 试求经过两次交换后黑球仍在甲袋中的概率.

4, (15 分) 已知随机变量 ξ 的分布 (或称概率函数) 为

ξ	-1	0	2
P	1/3	1/6	1/2

(1) 试求 $\eta = \xi^2 + 1$ 的分布 (或称概率函数);(2) 试求 η 的分布函数.5, (15 分) 设随机事件 A 、 B 、 C 相互独立, 试证明 $A \cup B$ 与 \bar{C} 相互独立.

(下接第 2 页)

6, (15 分) 设随机变量 ξ 与 η 同分布, 且 ξ 的分布为

ξ	-1	0	2
P	1/4	1/2	1/4

并且 $P(\xi + \eta = 0) = 1$. 试求 ξ 与 η 的联合分布 (或称联合概率函数).

7, (20 分) 设随机向量 (ξ, η) 的联合概率密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} Cxy, & 0 < x < 1, 0 < y < 1; \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

- (1) 试确定常数 C ;
- (2) 试求概率 $P(\xi < \eta)$;
- (3) 试求 ξ 与 η 的联合分布函数;
- (4) 试求 ξ 的分布函数.

8, (20 分) 设随机变量 ξ 服从 $[0, 2]$ 上的均匀分布.

- (1) 试求 $|\xi - 1|$ 的方差 $\text{Var}[|\xi - 1|]$;
- (2) 试求 ξ 与 $|\xi - 1|$ 的相关系数 ρ .

9, (10 分) 已知 $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n, \dots$ 为独立同分布随机变量序列, 且 ξ_k 服从 $[0, 1]$ 上的均匀分布, $k = 1, 2, \dots$. 试证: 对任意 $\varepsilon > 0$, 有

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \left(\left| \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e^{-x_i^2} - \int_0^1 e^{-x^2} dx \right| \geq \varepsilon \right) = 0.$$

10, (15 分) 为了估计某电视台某节目的收视率 p , 在每天该节目播出时随机向当地居民打电话询问是否在看电视, 如果在看电视, 则再追问是否在观看该节目. 现设调查看电视的居民数为 n , 若要用其中观看该节目的人数 Y_n 与 n 之比作为 p 的估计. 试问为保证以不小于 0.95 的概率使估计误差在 1% 之间, n 至少应为多大? (已知标准正态随机变量的分布函数 $\Phi(1.96) = 0.975$).