中山大学

二OO五年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码：379

科目名称：高等数学（B）

考试时间：01月23日 上午

考生须知

全部答案一律写在答题纸上，答在试题纸上的不得分！请用蓝、黑色墨水笔或圆珠笔作答。答题要写清题号，不必抄原题。

一、填空题（本题共5小题，每小题4分，满分20分；答案写在答题纸上并注明题号。）

1. 若二元函数 $f(u,v)$ 可微，$z=f(\sin\frac{x}{y},\ln(xy))$，则 $dz=$____________________.

2. $\int_{-\pi/4}^{\pi/4}(x+\sin^2 x)\cos x dx=$____________.

3. $\lim\limits_{x\to 0}(\sin x+\cos x)^{\frac{\cos x}{x}}=$__________________.

4. $\int x(2^x+\cos x^2)dx=$________________________.

5. 从总体X中抽出容量 $n\geq 3$ 的简单随机样本，假如已知X的密度函数为偶函数，那么，事件"至少有2个样本值为正"的概率等于________________________。

二、选择题（本题共5小题，每小题4分，满分20分；每小题的四个选择项中只有一个符合题目要求，将所选项前面的字母写在答题纸上并注明题号。）

1. 若 $f(x)$ 的导函数 $f'(x)$ 处处连续，则以下四条中"不正确"的是：____。

[A] "$f(x)$ 是偶函数"则"$\int_0^x f(t)dt$ 是奇函数"；

[B] "$f(x)$ 是奇函数"则"$\int_0^x f(t)dt$ 是偶函数"；

[C] "$f'(x)$ 是偶函数"则"$f(x)$ 是奇函数"；

[D] "$f'(x)$ 是奇函数"则"$f(x)$ 是偶函数"。

2. 设$F(x)$为随机变量X的分布函数，若$F'(x)$处处连续，则以下四条中正确的是：____

[A] $F(x)=\int F'(x)dx$；　　[B] $2F'(2x)$为$Y=2X$的密度函数；

[C] $E(X)=\int_{-\infty}^{\infty} xF(x)dx$；　　[D] $2F'(2x)$为$Y=\frac{X}{2}$的密度函数

3. 令$F(x)=\int_{0}^{\sin x} f(t)dt$，其中函数$f(t)$处处连续，则$F'(x)$ = ______

[A] $f(x)$；　[B] $f(\sin x)$；　[C] $f(\sin x)\sin x$；　[D] $f(\sin x)\cos x$

4. 设随机变量X_1,X_2,X_3服从正态分布$N(1,1)$，并且协方差$\sigma(X_1,X_2)=\sigma(X_1,X_3)$ $=\sigma(X_2,X_3)=\frac{1}{2}$，则随机变量$X_1+X_2+X_3$服从的分布类型为：

[A] $N(3,3)$；　[B] $N(1,3)$；　[C] $N(3,6)$；　[D] $N(3,9)$

5. 二元函数$f(x,y)=\begin{cases} xy^2/(x^2+y^2) & (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & (x,y)=(0,0) \end{cases}$在原点处 ____

[A] 不连续；　[B] 连续但偏导数不存在；　[C] 连续且偏导数存在；　[D] 可微

三、（本题满分 8 分）假设某种昆虫在时刻 t 的数量增长率为$2000/\sqrt[3]{t}$（只/周），试求从第一周到第八周该种昆虫增加的数量。

四.（本题满分 10 分）一种溶液从深 18 厘米、顶直径 12 厘米的正圆锥形漏斗中漏入一直径为 10 厘米、高 15 厘米的圆柱形筒中，开始时漏斗中盛满了溶液。已知当漏斗中溶液深 9 厘米时，其表面下降的速率为 1 厘米/分，问此时圆柱形筒中溶液表面上升的速率是多少？

五.（本题满分 12 分）设函数$f(x)$在区间$[a,b]$上连续，在(a,b)内可导并且$f(a)=f(b)=0$。试证明“对于任意实数λ，必存在一$\xi\in(a,b)$使得$f'(\xi)=\lambda f(\xi)$”。

六.（本题满分 12 分）求函数$f(x)=\int_{0}^{x^2}(t-1)e^{-t}dt$的最值。

七. (本题满分 12 分) 求曲面 $x^2+y^2+z^2=x$ 的切平面，使其垂直于平面 $x-y+z=3$ 和 $x-y-z=1$。

八. (本题满分 12 分) 已知 $f(x,y)=xy$，并且二重积分 $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ 化为先对 y 再对 x 的累次积分时可表示为 $\iint\limits_D f(x,y)dxdy=\int_1^2 dx\int_{\sqrt{x}}^{x} xydy+\int_2^4 dx\int_{\sqrt{x}}^{2} xydy$。(1) 写出积分区域 D; (2) 改变积分次序后，求 $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ 的值。

九. (本题满分 14 分) 求幂级数 $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{n}{n-1}x^{n+1}$ 的收敛半径及和函数 $s(x)$ 的表达式。

十. (本题满分 15 分) 求方程 $y''+y'-2y=-10\sin x$ 的通解以及满足初始条件 $y|_{x=0}=2$，$y'|_{x=0}=-2$ 的特解。

十一. (本题满分 15 分)假定 $p(x)=\begin{cases} C\sin(\pi x) & 0\le x\le 1 \\ 0 & otherwise \end{cases}$ 是随机变量 X 的密度函数，试确定常数 C 的值并计算 X 的期望与方差。