中 山 大 学

二00五年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码： 325
科目名称： 高等数学(乙)
考试时间： 1月 23日 上午

考生须知

全部答案一律写在答题纸上，答在试题纸上的不得分！请用蓝、黑色墨水笔或圆珠笔作答。答题要写清题号，不必抄原题。

一、单项选择题（每小题3分，共21分）**（选择正确答案的代号写在答题纸上）**

1、函数 $y=|x-1|+2$ 的最小值点是 x=(　)

(A) 0； (B) 1； (C) 2； (D) −1

2、若 $x\to x_0$，有 $0\leqslant f(x)\leqslant g(x)$，则 $\lim\limits_{x\to x_0} g(x)=0$ 是 $f(x)$ 在 $x\to x_0$ 过程中为无穷小量的（　）

（A）充分条件；（B）必要条件；（C）充要条件；（D）无关条件

3、微分方程 $y'-y=1$ 的通解是(　)

（A）$y=ce^x$；（B）$y=ce^x-1$；（C）$y=(c+1)e^x$；（D）$y=ce^x+1$

4、设n阶方阵 $A=\begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 \\ 0 & 0 & \cdots & -1 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}$，则 $|A|=$(　)

（A）-1；（B）$(-1)^n$；（C）$(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}-1}$；（D）$(-1)^{\frac{n(n+1)}{2}}$

5、设A、B、C均为n阶方阵，I_n 为n阶单位阵，若 $ABC=I_n$，则有(　)

（A）$ACB=I_n$；（B）$BAC=I_n$；（C）$BCA=I_n$；（D）$CBA=I_n$

6、设事件A、B相互独立，且 $P(A)=P(\overline{B})=1-a$，$P(A\cup B)=\frac{7}{9}$，则a的值为(　)

(A) $\frac{1}{3}$ 或 $\frac{2}{3}$；(B) $\frac{1}{4}$ 或 $\frac{3}{4}$；(C) $\frac{1}{5}$ 或 $\frac{4}{5}$；(D) $\frac{1}{6}$ 或 $\frac{5}{6}$

7、设随机变量ξ的密度函数为P（x）,且P（−x）=P（x），F(x)是ξ的分布函数，则对任意实数a，有（　）

(A) $F(-a)=1-\int_0^a P(x)\,dx$　　(B) $F(-a)=\frac{1}{2}-\int_0^a P(x)\,dx$

(C) $F(-a)=F(a)$　　(D) $F(-a)=2F(a)-1$

二、填空题（每小题3分，共21分）（按顺序把答案写在答题纸上，注明题号）

1、设 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{2}{n}\right)^{kn}=e^{-3}$，则k=________

2、已知 $F'(x)=f(x)$，则 $\int_a^x f(t+a)\,dt$ =________

3、设D是圆域 $x^2+y^2\leq 4$，则二重积分 $\iint\limits_D \sqrt{x^2+y^2}\,dxdy$ 的值等于________

4、行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & -3 \\ 8 & 4 & 2 & 5 \\ 27 & 9 & 3 & 35 \\ -1 & 1 & -1 & 5 \end{vmatrix}$ =________

5、设A为三阶方阵，A^*为其伴随矩阵，且 $|A|=\frac{1}{2}$，则行列式 $\left|(2A)^{-1}-\frac{1}{2}A^*\right|$ =____

6、已知P（A）=0.5，P（B）=0.6，P（B|A）=0.8，则P（A∪B）=____

7、设随机变量ξ的密度函数为

$$P(x)=\begin{cases} \dfrac{a}{1+x^2}, & x\in[0,1] \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

则 a=________

三、计算题一（每小题7分，共42分）

1、$\lim\limits_{n\to\infty} n\left(\frac{1}{n^2+a}+\frac{1}{n^2+2a}+\cdots\cdots+\frac{1}{n^2+na}\right)$　（a≥0）

2、$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_0^x\left(\sqrt{1+t^2}-\sqrt{1-t^2}\right)dt}{x^3}$

3、设$y=\left(1+\frac{1}{2x}\right)^x$ ，求$y'\big|_{x=1}$

4、$\int x\arctan x\,dx$

5、设$f(x)=\int_1^x \frac{\ln t}{1+t}dt$ ，对于$x>0$，求$f(x)+f(\frac{1}{x})$

6、求由方程$xy+yz+\ln\sqrt{x^2+y^2}=1$确定的函数$Z=f(x,y)$在点（0，1）处的全微分。

四、计算题二（每小题7分，共28分）

1、计算n阶行列式$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & \cdots & 2 \\ 2 & 2 & 2 & \cdots & 2 \\ 2 & 2 & 3 & \cdots & 2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 2 & 2 & 2 & \cdots & n \end{vmatrix}$

2、解线性方程组$\begin{cases} x_1-x_2+x_3-2x_4=-8 \\ x_1+x_2+x_3-2x_4=-4 \\ 2x_1-x_2-x_3+x_4=4 \\ 2x_1+2x_2-x_3-x_4=4 \end{cases}$

3、设有甲、乙两个球队进行友谊赛，若有一队胜三场，则比赛结束，已知甲队在每场比赛中获胜的概率均为$\frac{1}{2}$ ，

求（1）比赛场数ξ的分布律；

（2）比赛场数ξ的数学期望。

4、设随机变量ξ的概率密度为

$$P(x)=\begin{cases} ae^x, & x<0 \\ \frac{1}{4}, & 0\leqslant x<2 \\ 0, & x\geqslant 2 \end{cases}$$

求（1）常数a=?

（2）ξ的分布函数F（x）。

五、计算题三（每小题9分，共18分）

1、解矩阵方程 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$

2、节日期间，某菜市场可能到甲、乙、丙三地去采购蔬菜，设到此三地购菜的概率分别为0.2，0.5，0.3，而到各地购得一级菜的概率分别为0.2，0.3，0.7，

（1）求该市场购得一级菜的概率；

（2）已知市场购得一级菜，求该市场到乙地采购的概率。

六、应用题（10分）

求位于曲线 $y = e^x$ 的下方，该曲线过原点的切线的左方以及X轴上方之间的图形的面积。

七、证明题（10分）

设函数 f（x），g（x）在 $(-\infty, +\infty)$ 内可导，并对任何 x 值恒有 $f'(x) > g'(x)$，且 $f(a) = g(a)$，证明：

（1）当 $x > a$ 时，$f(x) > g(x)$；

（2）当 $x < a$ 时，$f(x) < g(x)$。