

中山大学

二 00 五年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码: 464

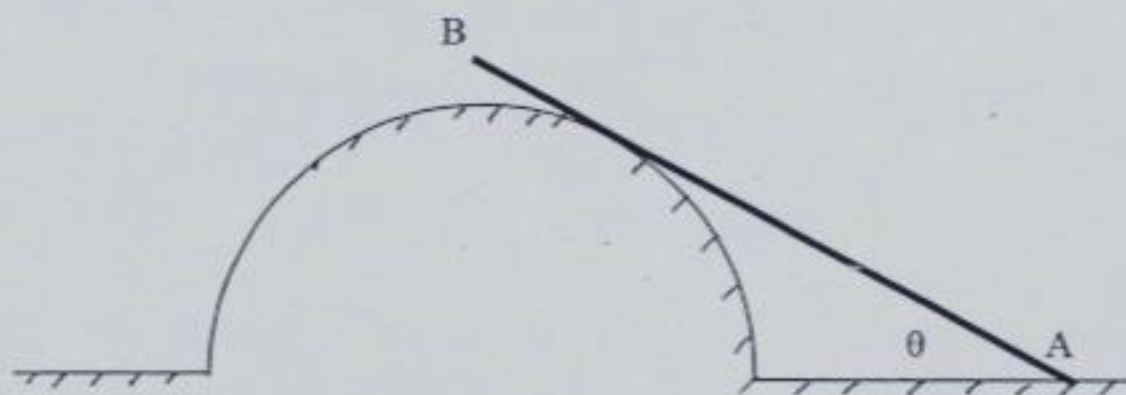
科目名称: 理论力学

考试时间: 1 月 23 日 下午

考生须知

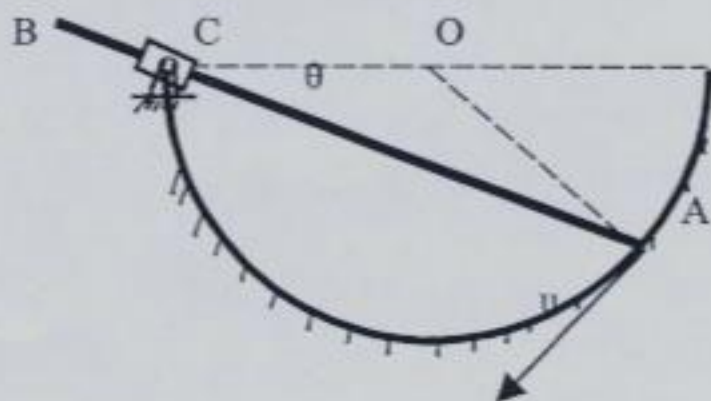
全部答案一律写在答题纸上, 答在试题纸上的不得分!
答题要写清题号, 不必抄题。

一 长为 $2a$ 重为 P 的均匀细直杆 AB 倚放在水平面及半径为 r 的固定圆柱面上。杆与水平面及圆柱面的摩擦系数为 f , 试证明杆处于平衡状态时 θ 角的最大值满足 $\sin^2 \theta = \frac{fr}{(1+r^2)a}$ 。(30 分)



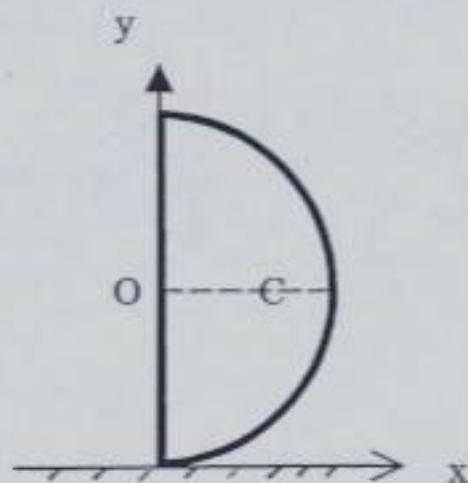
注意: 二、三题中可任选一题, 如两题都做, 只计第二题分数。

二 半径为 R 的半圆槽边缘上装有可绕 C 点转动的套筒图, 其内穿有一直杆 AB 。今杆的 A 端以匀速 u 沿半圆槽运动, 图示位置 $\angle OCA = \theta$ 。求该瞬时 AB 杆上与 C 重合一点的速度、加速度。(30 分)

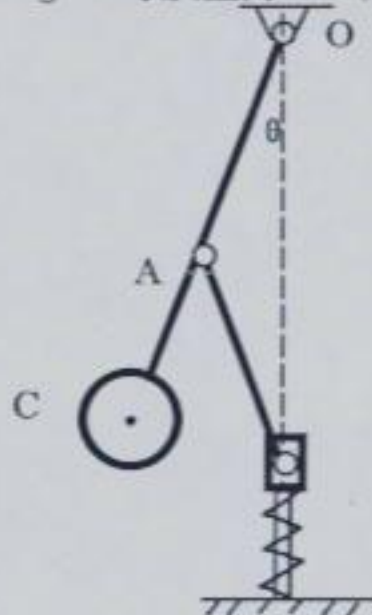


三 沿平面曲线运动的点在经过曲线上 A 点时, 速度为 20 米/秒, 而加速度为 100 米/秒², 曲线在 A 点的曲率半径 $\rho = 20/3$ (米)。若该时刻 θ 的二阶导数 $3/\text{秒}^2$, 试由曲率半径的定义 $ds = \rho d\theta$ 出发求该时刻曲率半径 ρ 对时间的一阶导数。(30 分)

四 一半径为 R 的半圆形均匀实体盘从图示静止位置释放。设半圆盘与水平面间无相对滑动，求当半圆盘动能达到最大时的角速度及该瞬时水平面的约束力。（提示：半圆盘质心 C 到 O 点距离 $a = \frac{4R}{3\pi}$ ）（30 分）



五 图示机构中弹簧刚度为 K ，当 $\theta = 60^\circ$ 时弹簧为原长 L_0 。球质量为 m 。用位能驻值原理求机构的平衡位置并讨论其稳定性。（已知 $AB = AO = AC = d$ ）（30 分）



六 半径为 r 的均质圆盘与长度为 L 的均质细长杆质量均为 m 。均质圆盘在水平地面上作纯滚动，杆的一端 A 用光滑铰链与盘中心铰接。

- 求 (1) 系统的自由度及广义坐标；（5 分）
 (2) 系统的动能及势能（10 分）；
 (3) 系统的 Lagrange 第二类方程（10 分）；
 (4) 由 (3) 求 Lagrange 方程的首次积分（5 分）。

