

中山大学

二00五年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码: 428

科目名称: 数理逻辑

考试时间: 1月23日下午

考生须知

全部答案一律写在答题纸上, 答在试题纸上的不得分!
答题要写清题号, 不必抄题。

- 1、证明 $\neg$ 和 $\wedge$ 能够表达 $\vee$ 和 $\leftrightarrow$ 。(10分)
- 2、写出 $A \rightarrow A$ 的原始证明。(10分)
- 3、表述和证明命题演算的演绎定理。(20分)
- 4、证明 $((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A$ 是重言式。(10分)
- 5、相对命题演算, 证明所有的内定理都是重言式。(20分)
- 6、证明每一和谐的公式集 Γ 都能扩充为极大和谐集 Σ 。(20分)
- 7、给出一个可满足但不是普遍有效的公式, 并分别给出它在其中为真的模型和在其中为假的模型。(10分)
- 8、证明: (30分)
 - (1) $\vdash A(x/y) \rightarrow \exists xA$, 其中 $A(x/y)$ 是合适的代入。
 - (2) $A \rightarrow B \vdash A \rightarrow \forall xB$, 其中 x 在 A 中不自由。
 - (3) $\vdash \forall x(A \rightarrow B) \rightarrow \exists xA \rightarrow \exists xB$ 。
 - (4) $\vdash \exists x \forall y A \rightarrow \forall y \exists x A$ 。
 - (5) $\vdash \exists x \neg A \leftrightarrow \neg \forall x A$ 。
- 9、相对命题演算, 证明析取范式存在定理: 任给公式 A , 存在析取范式 B 使得 $\vdash A \leftrightarrow B$ 。(20分)