中山大学

二OO五年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码：311

科目名称：数学(一)（单考）

考试时间：1月23日上午

考生须知

全部答案一律写在答题纸上，答在试题纸上的不得分！请用蓝、黑色墨水笔或圆珠笔作答。答题要写清题号，不必抄原题。

一．填空题（本题共5小题，每小题4分，满分20分。答案写在答题纸上并注明题号。）

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+4}{x-3}\right)^{2x}=$____________________。

2. 设函数 $z=\cos x\cdot f\left(\dfrac{y}{x}\right)$，其中 f 可微，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$____________________。

3. 非齐次微分方程 $y''-2y'+5y=e^x\sin 2x$ 的特解形式应设为______________。

4. 设 $P(A)=\dfrac{1}{3}$，$P(B)=\dfrac{1}{2}$，$P(A+B)=\dfrac{7}{12}$，则 $P(A|B)=$______________。

5. 设甲袋中有 a 个红球，b 个白球，乙袋中有 c 个红球，d 个白球，现从两袋中各任取一球，则“所取得的两球颜色相同”的概率是______________。

二．选择题（本题共5小题，每小题4分，满分20分。每小题给出的四个选择项中，只有一项符合题目要求，把所选项前的字母写在答题纸上并注明题号。）

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^3-4}{2x^2+5}\cdot\tan\dfrac{4}{x}=$ [ ]。

(A) 2　　(B) 3　　(C) 6　　(D) ∞

2. 设函数 $f(x)$ 对任意 x 都满足等式：$f(1+x)=af(x)$，且有 $f'(0)=b$，其中 a、b 为非零常数，则有 [ ]。

(A) $f(x)$在 $x=1$ 处不可导　　(B) $f(x)$在 $x=1$ 处可导且 $f'(1)=a$

(C) $f(x)$在 $x=1$ 处可导且 $f'(1)=b$　　(D) $f(x)$在 $x=1$ 处可导且 $f'(1)=ab$

3. 设函数 $z=y+f(x^2-y^2)$ ，其中 f 可微， 则 z 满足方程 [ ]。

(A) $x\frac{\partial z}{\partial x}-y\frac{\partial z}{\partial y}=x$ (B) $x\frac{\partial z}{\partial x}+y\frac{\partial z}{\partial y}=x$

(C) $-y\frac{\partial z}{\partial x}+x\frac{\partial z}{\partial y}=x$ (D) $y\frac{\partial z}{\partial x}+x\frac{\partial z}{\partial y}=x$

4. 设概率 $P(A)=p$， $P(B)=q$， $P(A+B)=r$， 则 $P(A+\overline{B})=$ [ ]。

(A) $1+q-r$ (B) $1+p-r$ (C) $1+p-q$ (D) $1-p+q$

5. 设在区间$[a，b]$上函数 $f(x)>0$, $f'(x)<0$, $f''(x)<0$， 令 $S_1=\int_a^b f(x)dx$ ，

$S_2=f(a)(b-a)$， $S_3=\frac{1}{2}[f(a)+f(b)](b-a)$ ，则不等式成立的是 [ ]。

(A) $S_2>S_1>S_3$ (B) $S_1>S_2>S_3$

(C) $S_1>S_3>S_2$ (D) $S_3>S_2>S_1$

三．（本题满分 10 分） 求 $\lim\limits_{x\to 0}(\frac{1}{e^{3x}-1}-\frac{1}{\sin 3x})$ 。

四．（本题满分 12 分） 设 $z=z(x,y)$ 是由方程 $z=f(x^2,yz^2)+g(xy)$ 所确定的

隐函数，其中f,g可微，求$\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial z}{\partial y}$。

五．（本题满分 12 分） 计算 $\int(\frac{xe^x}{\sqrt{e^x-1}}+\frac{1}{3+\cos x})dx$ 。

六．（本题满分 10 分） 设实数 $a>0$，计算 $\int_0^a x|x-3|dx$ 。

七．（本题满分12分）设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，在$(0,1)$内可导，且 $f(1)=0$， ，

试证明必存在 $\xi\in(0,1)$，使得 $\xi f'(\xi)+2f(\xi)=0$ 。

八．（本题满分 12 分）计算二重积分 $\iint\limits_D xy\,dxdy$，其中 D 是由曲线 $y=x^2$，$x+y-2=0$，所围成的平面区域 。

九．（本题满分 12 分）求微分方程 $(x^2\sin x+y)dx-xdy=0$ 的通解，以及满足 $y|_{x=\pi}=2\pi$ 的特解。

十．（本题满分 15 分）求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n(n+1)}$ 的收敛半径 R、收敛域以及和函数 $S(x)$ 。

十一．（本题满分 15 分）某产品成箱出售，每箱 20 件。假设各箱中含 0，1，2 件不合格品的概率相应为 0.9，0.06，0.04，顾客购买时售货员随机取一箱，顾客开箱后随机抽 4 件产品进行检测，若无不合格品则买下，否则退回。

求： 1. 顾客买下该箱产品的概率。

2. 在顾客买下的一箱中确实没有不合格品的概率。