中 山 大 学

二00六 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码：366

科目名称：高等数学(A)

考试时间：1月15日上午

考生须知

全部答案一律写在答题纸上，答在试题纸上的不得分！请用蓝、黑色墨水笔或圆珠笔作答。答题要写清题号，不必抄题。

一，完成下列各题：(每小题7分，共28分)

1. 求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{x}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{\arcsin x}\right)$

2. 记 $2y-x=e^{y+x}+2$ 确定的隐函数为 $y(x)$，

求 $y'(x)$，$y''(x)$

3. 设 $m,n\in N; m,n\ge 1$，计算 $\int_0^1 x^m(\ln x)^n dx$

4. 求曲线 $L: x=e^\theta\cos\theta, y=e^\theta\sin\theta$ 在 $\theta=\frac{\pi}{2}$

处的切线方程

二，完成下列各题：(每小题8分，共32分)

1. 设行向量 $\alpha=(1,3,2), \beta=(2,-3,5), \alpha'$ 为 α

的转置；$A=\alpha'\beta$，求 A^{2006}

2. 计算曲线积分 $I=\int_L yds$， L 为心脏线

$\rho=1+\cos\theta, \theta\in[0,\pi]$

3. 设 a,b,c,R 为常数，$R>0$，计算积分

$I=\iint_S x^2dydz+y^2dzdx+z^2dxdy$, S 为半球面

$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2, z\ge c$ 的上侧

4. 设 $y=e^{2x}$ 是方程 $y'+p(x)y=xe^x$ 的一个

解，求此方程的通解

考试完毕，试题和草稿纸随答题纸一起交回。

三，（每小题 9 分，共 18 分）

1. $\forall n \in N$，设 $a_n > 0$，$a_n \ge a_{n+1}$；$\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ 发散；

记 $A_n = \sum_{k=1}^{n} a_{2k}$，$B_n = \sum_{k=1}^{n} a_{2k-1}$，证明：$\lim_{n\to+\infty} \frac{B_n}{A_n} = 1$

2. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{n(n+2)}$ 的收敛半径，收敛域，

和函数

四，（11 分）设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，证明

$$\int_0^1 dx \int_0^{x^2} dy \int_{\sqrt{y}}^1 f(z)dz = \int_0^1 g(z)f(z)dz,$$

求出 $g(z)$

五，（11 分）记 $a_n = \sqrt[n]{n-1}$，求数列

$\{a_n : n \in N, n \ge 2\}$ 的最大项

六，（12 分）求方程 $y''' - 3y'' + 2y' = 12x^2 + e^x$

的通解

七，（12 分）确定常数 A 的范围，使方程

$x^3 - 3x^2 + A = 0$ 有 3 个互不相等的实根

八，（13 分）已知线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 3 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 = 7 \\ -3x_1 - 4x_2 + px_3 - 7x_4 = -7 \\ x_1 + x_2 - 4x_3 + 3x_4 = t \end{cases}$$

1) p,t 取何值时，方程无解；

2) p,t 取何值时，方程有解；求出全部解

（第3页在背面）

九，（13 分）设矩阵 A 满足

$(2E-C^{-1}B)A=C^{-1}$，其中 E 为 4 阶单位

矩阵，且

$$B=\begin{pmatrix}1&4&1&0\\0&1&4&1\\0&0&1&4\\0&0&0&1\end{pmatrix},\quad C=\begin{pmatrix}1&3&2&0\\0&1&3&2\\0&0&1&3\\0&0&0&1\end{pmatrix}$$

求矩阵 A